Conducteur en équilibre

8. Conducteur en équilibre

8.1 Loi de conservation de la charge

Dans un système isolé, la charge électrique se conserve : q(t) =Constante

8.2 Corps conducteurs et corps isolants

Corps conducteurs : Une partie des électrons peuvent se déplacer.

Corps isolants (ou diélectriques) : Les charges ne sont pas libres.

8.3 Equilibre électrostatique

Considérons un conducteur chargé. Le conducteur est à l'équilibre électrostatique si la force sur chaque charge est nulle. Ça implique que à l'intérieur du conducteur

$$\overline{E_{int}} = \bar{0}$$

c'est-à-dire$V_{int} = V_0$ = Constante, $\rho_{int} = 0$.

8.4 Théorème de Coulomb

Si le conducteur est chargé on a également $\overline{E_{int}} = \bar{0}$, et la charge ne peut se répartir que sur la surface (σ ≠0). Les charges surfaciques sont à l'équilibre si la surface est une surface équipotentielle.

La surface d'un conducteur à l'équilibre étant une surface équipotentielle, au voisinage de la surface le champ est normal à la surface même et vaut

$$\overline{E_{ext}} = \frac{\sigma \bar{N}}{\varepsilon_0}$$

8.5. Influence de deux conducteurs chargés

Soit deux conducteurs (C1) et (C2) dont au moins un chargé (C1). La distribution de charge sur (C2) devient inhomogène à cause du champ produit par la charge sur le conducteur (C1).

8.6. Théorème de Faraday

L'équilibre est atteint quand les charges $Q_1 = \sigma_1 dS_1$ et $Q_2 = \sigma_2 dS_2$ se faisant face sont égales et opposées (théorème de Faraday).

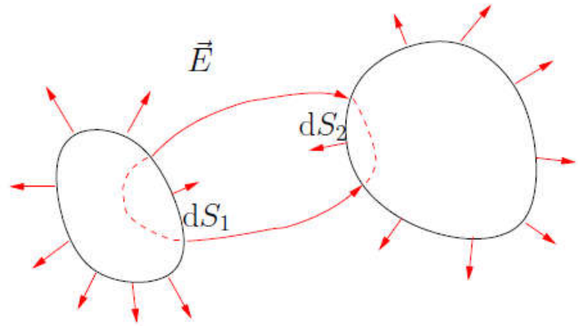


Fig 40 : Equilibre à influence totale

Si l'ensemble des lignes de champs d'un des conducteurs rejoignent l'autre l'influence est dite totale. Si seulement une partie des lignes de champs se rejoignent l'influence est dite partielle .

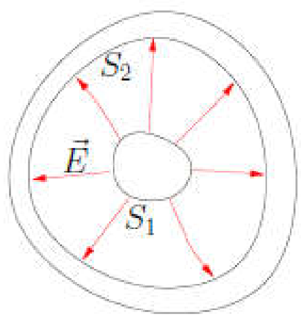


Fig 41 : Equilibre à influence partielle

8.7. Capacité d'un conducteur

La charge d'un conducteur unique est proportionnelle au potentiel V. Le coefficient de proportionnalité entre la charge et le potentiel est la capacité :

$$C = \frac{q}{V}$$

La capacité se mesure en *farad* (F) :

$$1\,Farad = \frac{Coulomb}{Volt} = \frac{Coumomb^2}{Joule}$$

8.8. Capacité d'un condensateur

Si deux conducteurs (C_1) et (C_2) sont en influence totale, ils forment un condensateur de capacité.

$$C = \frac{Q}{V_1 \quad V_2}$$

8.9. Associations de condensateurs

Rappel: Condensateurs en série et en parallèle

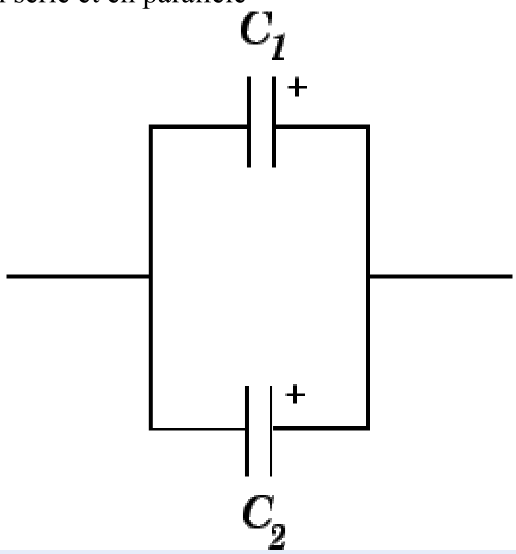


Fig 42: Deux condensateurs connectés en parallèle.

La capacité équivalenteC_{eq}De la paire de condensateurs est simplement le rapport

Q/V, où $Q = Q_1 + Q_2$Est la charge totale mémorisée. Il s'ensuit que

$$C_{eq} = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1 + Q_2}{V} = \frac{Q_1}{V} + \frac{Q_2}{V},$$

donnant

$$C_{eq} = C_1 + C_2.$$

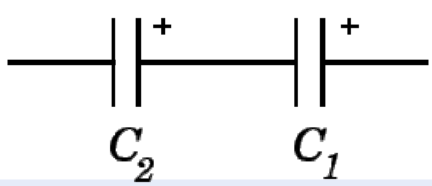


Fig 43: Deux condensateurs connectés en série

La capacité équivalente de la paire de condensateurs est à nouveau

$$C_{eq} = Q/V$$

Ainsi,

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q} = \frac{V_1 + V_2}{Q} = \frac{V_1}{Q} + \frac{V_2}{Q},$$

donnant

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

En général:

Condensateurs en série : $1/C = 1/C_1 + 1/C_2 + \ldots$

Condensateurs en parallèle : $C = C_1 + C_2 + \ldots$

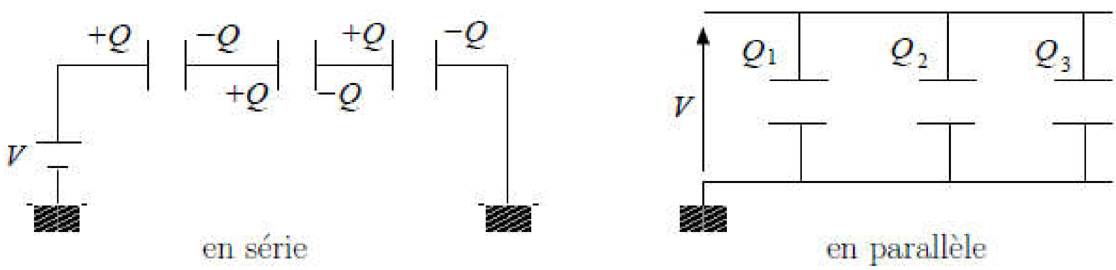


Fig 44 : Groupement de condensateur en série et en parallèle.

8.10. Pression électrostatique

Exemple d'une sphère:

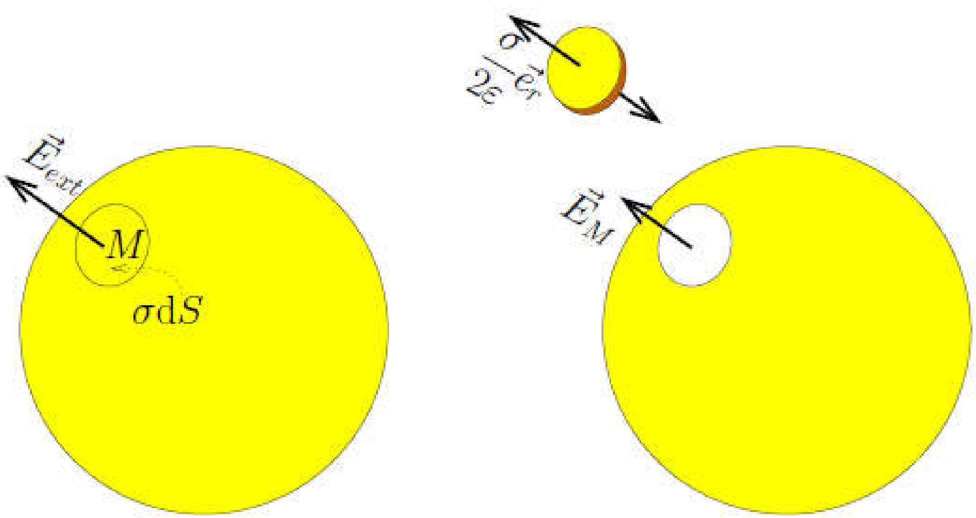


Fig 45: Pression hydrostatique sur une sphère

Considérons une sphère conductrice avec une charge surfacique σ. D'après le théorème de

Coulomb on sait que le champs à la surface vaut: $\bar{E}_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e_r$

et qu'il est nul à l'intérieur du conducteur.

Nous évaluons la force électrostatique $\overline{dF}$qui s'applique à la charge dq= σdS:

$$\overline{dF} = dq\ \bar{E}_M$$

$\bar{E}_M$étant le champ au point M créé par toutes les charges existantes sur le conducteur, à l'exception de la charge dq. En exploitant le principe de superposition on déduit que

$$\bar{E}_M = \bar{E}_{ext} \quad \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e_r = \frac{\sigma}{2\ \varepsilon_0} e_r$$

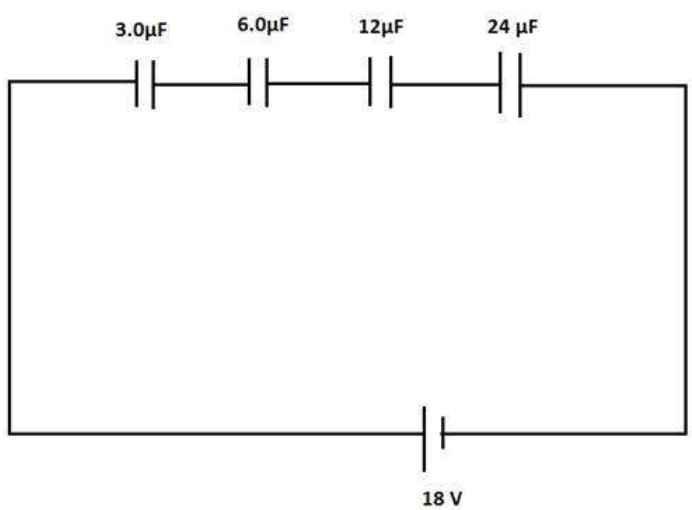
et donc que ce champ exerce sur la charge dqune force électrostatique

$$\overline{dF} = dq\ \frac{\sigma}{2\ \varepsilon_0} e_r = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}\ dS\ e_r$$

Le terme $\frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$est une force par unité de surface, c'est à dire une pression, *la pressionélectrostatique*.

Exercice 1:

Quatre condensateurs sont connectés en série avec une batterie, comme dans la figure ci-dessous:



1) Calculer la capacité du condensateur équivalent.

2) Calculer la charge sur le condensateur de 12µF.

3) Trouver la chute de tension à travers le condensateur de 12 µF.

Solution:

1) Calculer la capacité du condensateur équivalent.

Appliquer l'équation de la capacité équivalente de la combinaison en série:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{3.0\ \mu F} + \frac{1}{6.0\ \mu F} + \frac{1}{12\ \mu F} + \frac{1}{24\ \mu F}$$

$$C_{eq} = 1.6\ \mu F$$

2) Calculer la charge sur le condensateur de 12µF.

La charge désirée est égale à la charge du condensateur équivalent :

$$Q = C_{eq}\Delta V = (1.6 \times 10^{-6}\ F)(18\ V) = \mathbf{29\mu C}$$

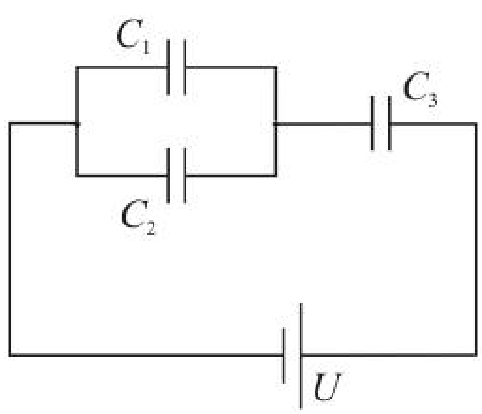
3) Trouver la chute de tension à travers le condensateur de 12 µF.

En appliquant l'équation basique du condensateur on obtient:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \rightarrow \Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{29\ \mu C}{12\ \mu F} = \mathbf{2.4V}$$

Exercice 2: Condensateurs en série et en parallèle

Trois condensateurs (avec des capacités C_1, C_2 et C_3) et une alimentation (U) sont connectés dans le circuit, comme indiqué sur le schéma.



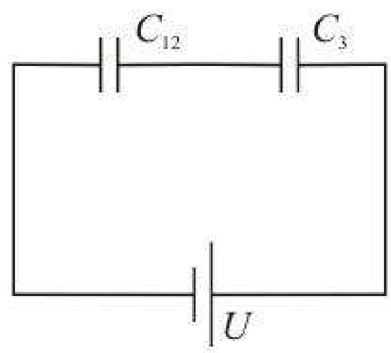
1) Trouver la capacité totale des condensateurs du circuit et la charge totale Q des condensateurs.

2) Trouver la tension sur chacun des condensateurs.

Solution:

1) la capacité totale des condensateurs du circuit et la charge totale Q

Des condensateurs C_1 et C_2branchés en parallèle peuvent être substitués par un condensateurC_{12}avec une capacité égale à la somme de plusieurs capacitances: $C_{12} = C_1 + C_2$.



Après cette substitution, il y a 2 condensateurs dans le circuit - C_{12} et C_3 branchés en série.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C = \frac{C_{12}C_3}{C_{12} + C_3} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Charge totale$Q$peut être évaluée en utilisant $Q = UC$

$$Q = UC = \frac{U(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

2) Tension sur chacun des condensateurs

La charge et la tension sur le troisième condensateur:

Les charges sur les condensateurs C_{12} et C_3 sont égaux et sont égaux à la charge Q totale

$$Q=Q_{12}=Q_3$$

Donc la tension sur le troisième condensateur est:

$$U_3=Q_3C_3=QC_3$$

Nous avons déjà évalué la charge Q dans la section précédente, nous pouvons donc les remplacer dans l'équation:

$U_3=U(C_1+C_2)C_3/\ \ (C_1+C_2+C_3)C_3=U(C_1+C_2)\ /\ (C_1+C_2+C_3)$

Tensions des condensateurs connectés en parallèle:

La tension U totale est répartie entre les condensateurs C_{12} et C_3.

$$U=U_{12}+U_3$$

Nous pouvons évaluer la tension U_{12}

$$U12=U \quad U3$$

Nous pouvons remplacer la tensionU_3

$$U_{12} = U - \frac{U\left(C_1 + C_2\right)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Transformons-le en un dénominateur commun et simplifions en combinant des termes semblables..

$$U_{12} = \frac{U\left(C_1 + C_2 + C_3\right) - U\left(C_1 + C_2\right)}{C_1 + C_2 + C_3} = \frac{U C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Tensions sur les condensateursC_1etC_2montés en parallèle sont les mêmes:

$$U_1=U_2=U_{12}$$

Charges des condensateurs connectés en parallèle:

Nous pouvons simplement évaluer les charges sur les condensateurs connectés en parallèle:

$$Q_1 = U_1 C_1$$

$$Q_2 = U_2 C_2$$

$$Q_1 = \frac{U C_1 C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$

$$Q_2 = \frac{U C_2 C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$$