



Résumé du cours Thermodynamique Appliquée

LES TRANSFORMATIONS

Tableau I Tableau récapitulatif des équations de transformation.

Transformation	Isochore $V=Cte$	Isobare $P=Cte$	Isotherme $T=Cte$	Adiabatique $Q=0$
$P = P(V)$				
Equations Caractéristiques	$\frac{T}{P} = Cte$	$\frac{T}{V} = Cte$	$PV = Cte$	$PV^\gamma = Cte$ $TV^{\gamma-1} = Cte$ $TP^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = Cte$
1 ^{er} Principe	$W = 0; \Delta U = Q$	$\Delta U = W + Q$	$W = Q; \Delta U = Q$	$Q = 0; \Delta U = W$
Travail (W)	$W = 0$	$W = -P(V_2 - V_1)$ $W = -m \cdot r(T_2 - T_1)$	$W = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ $W = m \cdot r T \ln \frac{V_2}{V_1}$	$W = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$ $W = \frac{m \cdot r(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}$
Chaleur (Q)	$Q = m \cdot C_V(T_2 - T_1)$ $C_V = \frac{nR}{\gamma - 1}$	$Q = m \cdot C_P(T_2 - T_1)$ $C_P = \frac{n\gamma R}{\gamma - 1}$	$Q = P_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ $W = m \cdot r T \ln \frac{V_2}{V_1}$	$Q=0$
Energie interne (ΔU)	$\Delta U = m \cdot C_V(T_2 - T_1)$	$\Delta U = m \cdot C_V(T_2 - T_1)$	$\Delta U = 0$	$\Delta U = m \cdot C_V(T_2 - T_1)$
Enthalpie (ΔH)	$\Delta H = m \cdot C_P(T_2 - T_1)$	$\Delta H = m \cdot C_P(T_2 - T_1)$	$\Delta H = 0$	$\Delta H = m \cdot C_P(T_2 - T_1)$
Entropie (ΔS)	$\Delta S = m \cdot C_V \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta S = m \cdot C_P \ln \frac{T_2}{T_1}$	$\Delta S = m \cdot r \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$	$\Delta S = 0$



Gaz Parfaits

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$$

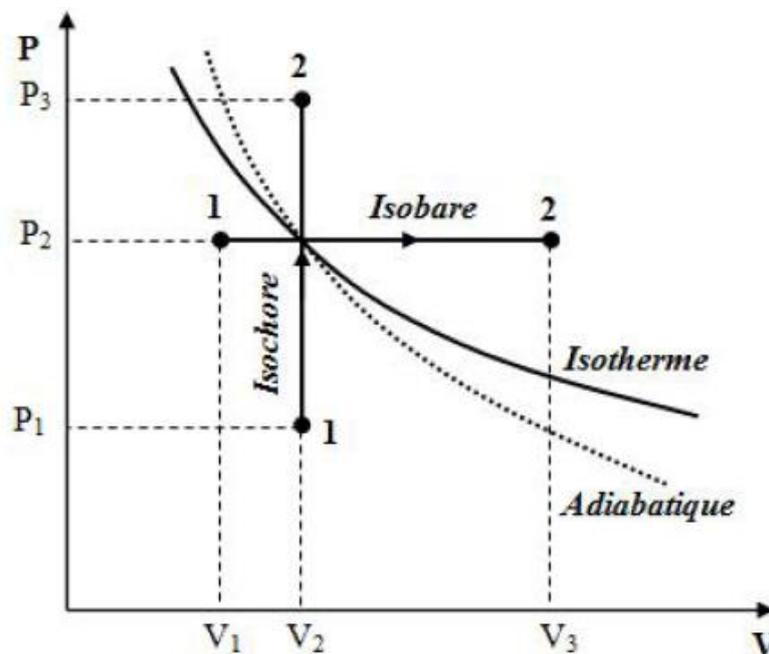
$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\gamma$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

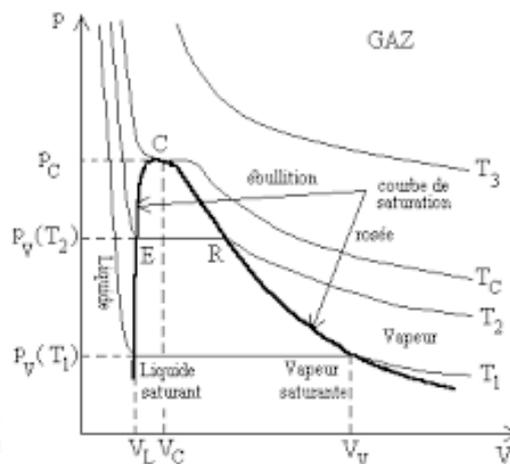
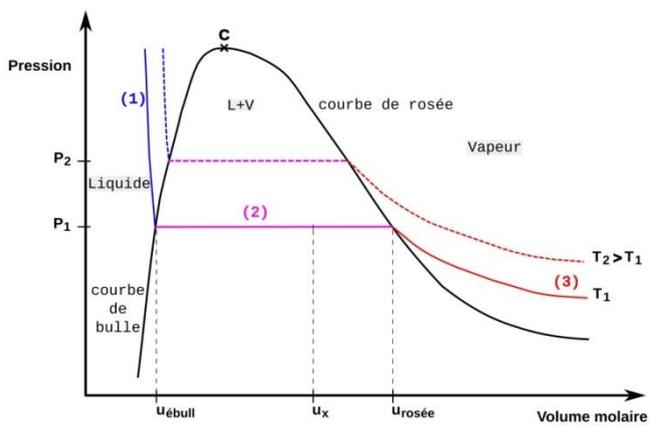
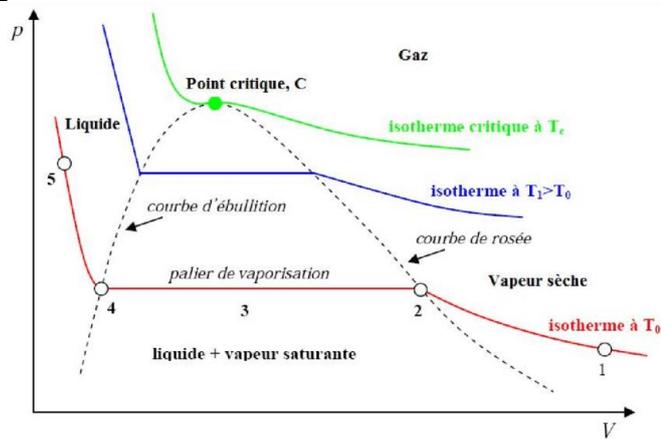
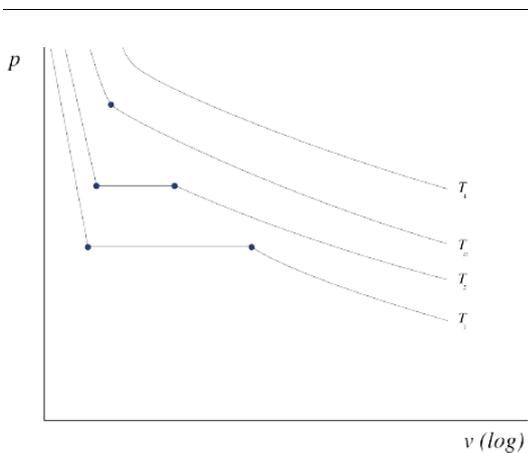
Parmi toutes les transformations possibles en thermodynamique, considérons d'abord les principales. Ce sont :

- 1- Transformation isotherme : transformation s'effectuant à température constante ($T=\text{cte}$).
- 2- Transformation isobare : transformation s'effectuant à pression constante ($P=\text{cte}$).
- 3- Transformation isochore : transformation s'effectuant à volume constant ($V=\text{cte}$).
- 4- Transformation adiabatique réversible (isentropique) : transformation au cours de laquelle le système n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur ($Q=0$).



Les principales transformations thermodynamique

DIAGRAMMES



Diagrammes de P-v ou diagramme de Clapeyron

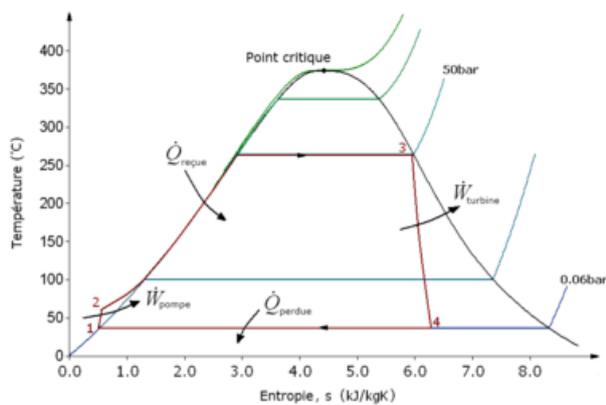
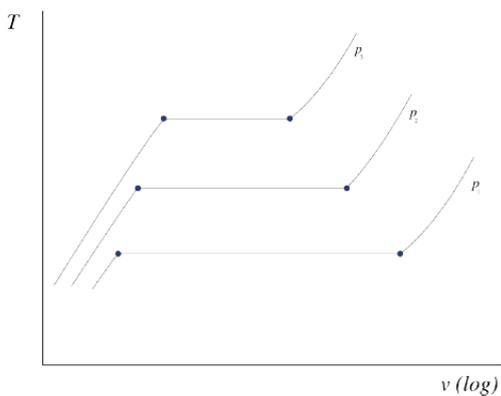
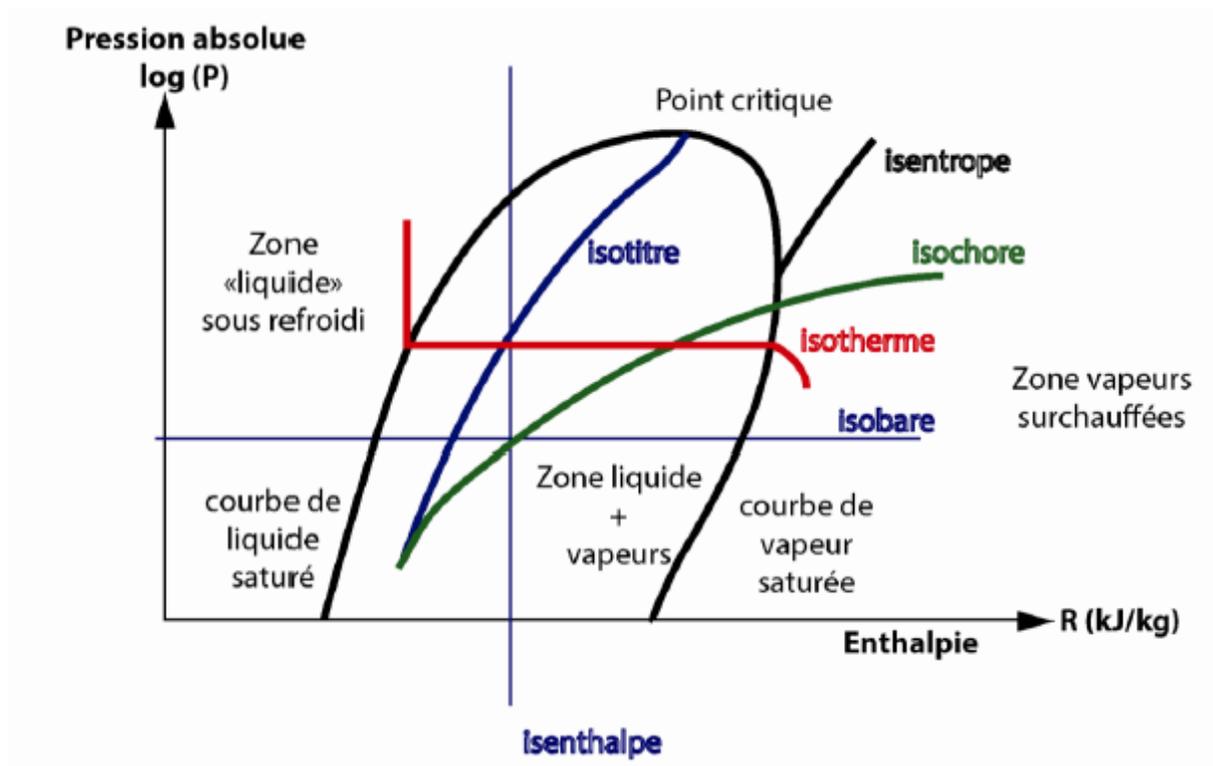


Diagramme T-s



Le diagramme enthalpique de MOLLIER

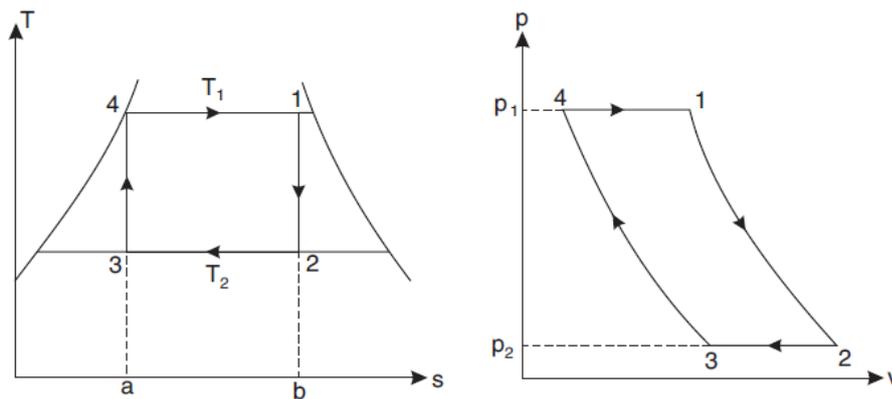
CYCLE DE CARNOT

La figure 1 montre un cycle de Carnot sur des diagrammes T-s et P-V. Il consiste en (i) deux opérations (transformations) de pression constante (4-1) et (2-3) et (ii) deux adiabatiques (1-2) et (3-4). Ces opérations sont décrites ci-dessous:

1. Transformation (4-1). 1 kg d'eau bouillante à température T_1 est chauffé pour former de la vapeur humide de fraction x_1 . Cette chaleur est absorbée à température T_1 et pression P_1 constantes lors de cette opération.
2. Transformation (1-2). Pendant cette opération, la vapeur est détendue de manière isentropique (Adiabatique réversible) à la température T_2 et à la pression P_2 . Le point «2» représente l'état de la vapeur après détente.
3. Transformation (2-3). Pendant cette opération, la chaleur est rejetée à pression P_2 et température T_2 constantes. Lorsque la vapeur est évacuée, elle devient plus humide et refroidie de 2 à 3.
4. Transformation (3-4). Dans cette opération, la vapeur humide à «3» est comprimée de manière isentropique jusqu'à ce que la vapeur retrouve son état d'origine de température T_1 et de pression P_1 . Ainsi, le cycle est terminé.

Reportez-vous au diagramme T-s:

Chaleur fournie à température constante T_1 [opération (4-1)] = la zone 4-1-b-a = $T_1 (s_1 - s_4)$ ou $T_1 (s_2 - s_3)$.


 Fig. 1. Carnot cycle on T - s and p - V diagrams.

Puisqu'il n'y a pas d'échange de chaleur pendant les opérations isentropiques (1-2) et (3-4)
 Travail net effectué = Chaleur fournie - chaleur rejetée.

$$= T_1 (s_2 - s_3) - T_2 (s_2 - s_3)$$

$$= (T_1 - T_2) (s_2 - s_3).$$

$$\text{Cycle de Carnot } \eta = \text{Travail effectué/Chaleur fournie} = (T_1 - T_2)/T_1$$

Limitations du cycle de Carnot

Bien que le cycle de Carnot soit simple (thermodynamiquement) et ait le plus haut rendement thermique pour des valeurs données de T_1 et T_2 , mais il est extrêmement difficile à opérer en pratique (domaine industriel) en raison des raisons suivantes :

1. Il est difficile de comprimer une vapeur humide (vapeur saturée) de manière isentropique à l'état saturé comme l'exige le processus 3-4.
2. Il est difficile de contrôler la qualité du condensat sortant du condenseur de sorte que l'état «3» est obtenu exactement.
3. L'efficacité du cycle de Carnot est grandement affectée par la température T_1 à laquelle la chaleur est transférée au fluide de travail.
4. Le cycle est encore plus difficile à opérer en pratique avec de la vapeur surchauffée en raison de la nécessité de fournir la surchauffe à température constante au lieu de pression constante.

Dans un cycle pratique, les limites de pression et de volume sont bien plus faciles à réaliser que les limites de température de sorte qu'à l'heure actuelle aucun moteur pratique ne fonctionne sur le cycle de Carnot, bien que tous les cycles modernes aspirent à y parvenir.

LE CYCLE CARNOT

Ce cycle a la plus grande efficacité possible et se compose de quatre opérations simples à savoir,

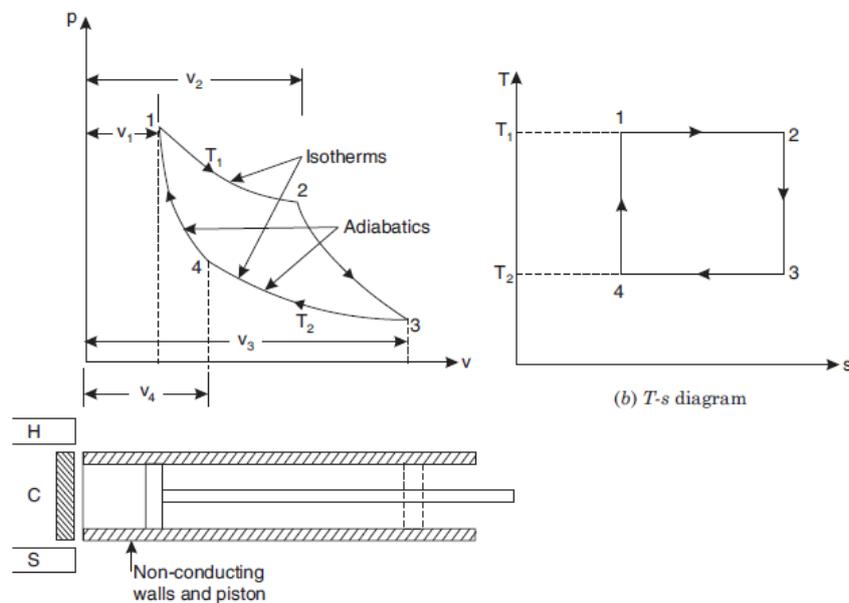
(a) Expansion isotherme, Détente isotherme ou Transformation isotherme ($V \uparrow$ et $P \downarrow$) à $T = \text{Cte}$.

(b) Expansion adiabatique (élimination de la chaleur) $Q_c = 0$.

(c) Compression isotherme (Transformation isotherme avec augmentation de P).

(d) Compression adiabatique (élimination de Q_f).

On peut imaginer que l'état du cycle de Carnot se produit de la manière suivante:



Étape (1). Ligne 1–2 [Fig. 1 (a)] représente l'expansion isotherme qui a lieu à température T₁ lorsque la source de chaleur H (Q_{chaude}) est appliquée à l'extrémité du cylindre. Chaleur fournie (Q_c) dans ce cas est donné par $RT_1 \log_e r$ et où r est le rapport d'expansion.

Étape (2). La ligne 2–3 représente l'application d'un couvercle non conducteur à l'extrémité du cylindre. Ceci est suivi par l'expansion adiabatique et la température chute de T₁ à T₂.

Étape (3). La ligne 3–4 représente la compression isotherme qui a lieu lorsque le puisard «S» est appliqué à l'extrémité du cylindre. La chaleur est rejetée (Q_{Froide}) lors de cette opération dont la valeur est donnée par $RT_2 \log_e r$ où r est le taux de compression.

Étape (4). La ligne 4–1 représente l'application répétée d'un revêtement non conducteur et adiabatique compression due à laquelle la température augmente de T₂ à T₁.

It may be noted that ratio of expansion during isotherm 1–2 and ratio of compression during isotherm 3–4 must be equal to get a closed cycle.

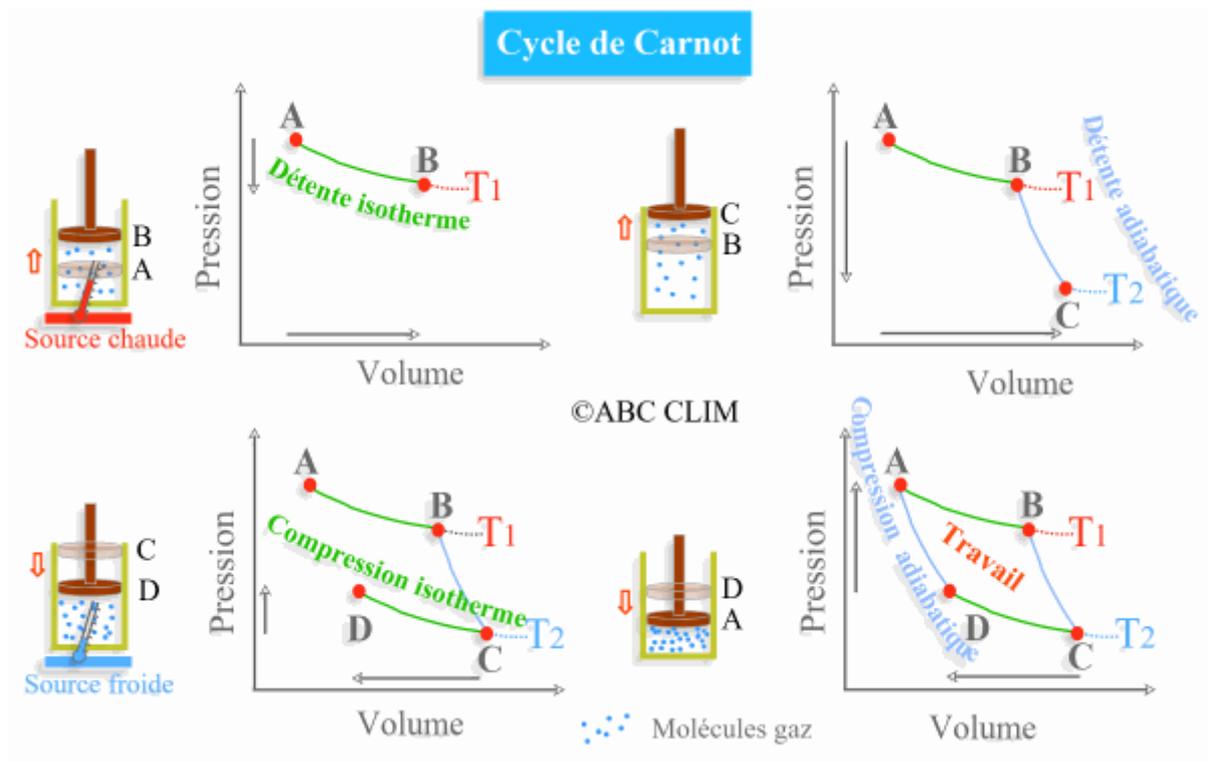
La figure 1 (b) représente le cycle de Carnot sur les coordonnées T-s. Maintenant selon la loi de la conservation de l'énergie, Chaleur fournie = Travail effectué + Chaleur rejetée

Travail effectué = Chaleur fournie - Chaleur rejetée

$$= RT_1 \log_e r - RT_2 \log_e r$$

$$\text{Efficacité du cycle} = \text{Travail effectué (W)} / \text{Chaleur fournie (Qc)} = (T_1 - T_2) / T_1$$

D'après cette équation, il est bien évident que si la température T₂ diminue, l'efficacité augmente et il devient 100% si T₂ devient zéro absolu, ce qui, bien entendu, est impossible à atteindre. Plus loin de plus il n'est pas possible de produire un moteur qui devrait fonctionner sur le cycle de Carnot comme il le ferait obligent le piston à se déplacer très lentement pendant la première partie de la course avant (expansion isotherme) et pour se déplacer plus rapidement pendant le reste de la course (expansion adiabatique) ce qui n'est cependant pas réalisable.



Exercice d'application sur le cycle de Carnot

Le cycle de Carnot est un cycle moteur ditherme idéal constitué de deux transformations isothermes et deux transformations isentropes. C'est le cycle le plus efficace pour obtenir du travail à partir de deux sources de chaleur de températures constantes. Considérons un cycle de Carnot qui utilise une quantité de matière n d'un gaz parfait (**Figure 1**).

- 1- Quand est-ce qu'on dit qu'un cycle thermodynamique est ditherme ?
- 2- Déterminer la nature de chacune des transformations constituant ce cycle. Justifier.
- 3- Exprimer, en fonction des grandeurs thermiques des différents états du cycle:
 - les quantités de chaleur échangées lors des deux transformations isothermes.
 - la variation d'entropie pour chacune des deux transformations isothermes.
 - la variation d'entropie ΔS sur tout le cycle.
- 4- En déduire la relation entre V_2/V_1 et V_4/V_3
- 5- Trouver l'expression de l'efficacité thermique η de ce cycle en fonction de T_1 et T_3 .

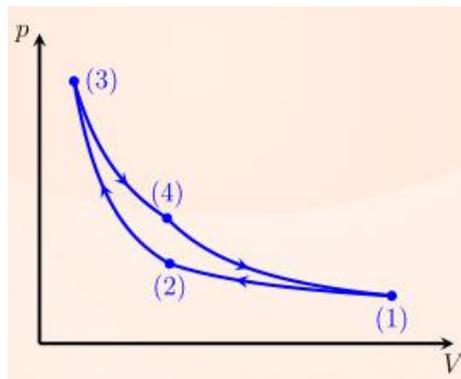


Figure 1

Solution de l'exercice

1. Un cycle thermodynamique est dit ditherme quand il fait intervenir des échanges d'énergie avec deux sources de chaleur : une source chaude et une source froide.
2. Sachant que le cycle de Carnot est constitué de deux transformations isothermes et deux transformations isentropes et que la pente d'une transformation isotherme est moins abrupte que celle d'une transformation isentrope, alors les transformations (1)-(2) et (3)-(4) sont des isothermes car elles ont des pentes moins abruptes que celles des transformations (2)-(3) et (4)-(1) qui sont des isentropes.
3. (a) Pour les transformations isothermes (1)-(2) et (3)-(4), la variation de l'énergie interne est nulle et par conséquent :

$$Q_{12} = -W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \quad (1)$$

soit :

$$Q_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2)$$

et

$$Q_{34} = -W_{34} = \int_{V_3}^{V_4} p dV = nRT_3 \int_{V_3}^{V_4} \frac{dV}{V} \quad (3)$$

soit :

$$Q_{34} = nRT_3 \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (4)$$

- (b) Les variations d'entropie des deux transformations isothermes sont données par :

$$\Delta S_{12} = \frac{Q_{12}}{T_1} = nR \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (5)$$

et

$$\Delta S_{34} = \frac{Q_{34}}{T_3} = nR \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (6)$$

(c) Puisque les variations d'entropie au cours des transformations isentropes sont nulles, alors la variation d'entropie sur tout le cycle s'écrit :

$$\Delta S = \Delta S_{12} + \Delta S_{34} = nR \ln \frac{V_2}{V_1} + nR \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (7)$$

soit :

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_2 V_4}{V_1 V_3} \quad (8)$$

4. L'entropie est une fonction d'état et par conséquent sa variation sur un cycle fermé est nulle. Alors :

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_2 V_4}{V_1 V_3} = 0 \quad (9)$$

soit :

$$\frac{V_2 V_4}{V_1 V_3} = 1 \quad (10)$$

d'où :

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{V_4}{V_3} \right)^{-1} \quad (11)$$

5. L'efficacité thermique du cycle est donnée par :

$$\eta = \left| \frac{W_{\text{utile}}}{Q_{\text{fournie}}} \right| = \left| \frac{W_u}{Q_f} \right| \quad (12)$$

Le travail utile de ce cycle, qui est un cycle moteur, est donné par :

$$W_u = - (Q_{12} + Q_{34}) < 0 \quad (13)$$

Puisque $V_2 < V_1$ et $V_4 > V_3$, alors, d'après les expressions établies ci-dessus, on a $Q_{12} < 0$ et $Q_{34} > 0$ et par suite :

$$Q_f = Q_{34} \quad (14)$$

Ainsi :

$$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{34}} = 1 + \frac{Q_{12}}{Q_{34}} \quad (15)$$

soit, en remplaçant Q_{12} et Q_{34} par leurs expressions et en tenant compte de la relation établie dans la question précédente :

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_3} \quad (16)$$

CYCLE DE RANKINE

Le cycle de classement est le cycle théorique sur lequel fonctionne la turbine à vapeur (ou le moteur).

Le cycle de Rankine est un cycle thermodynamique endoréversible qui comprend deux isobares et deux adiabatiques. C'est le cycle qui se rapproche le plus du cycle de Carnot. Il se distingue de ce dernier par la substitution de deux transformations isobares aux deux transformations isothermes, ce qui rend possible sa réalisation technique.

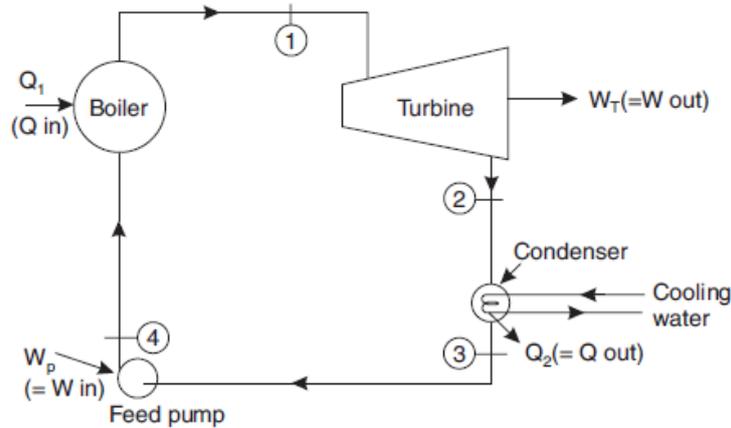


Fig. 2. Rankine cycle.

Le cycle de Rankine est illustré à la Figure. Il comprend les processus suivants:

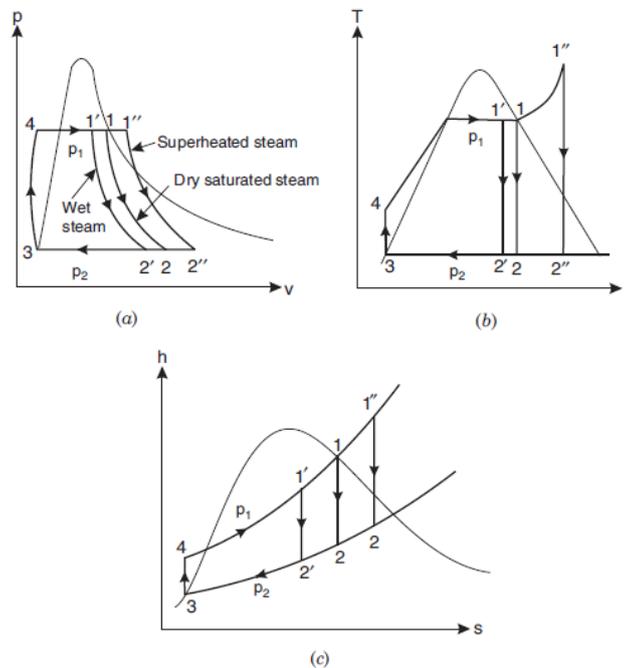
Processus 1–2: Expansion adiabatique réversible (isentropique) dans la turbine (ou la machine à vapeur).

Processus 2–3: Transfert de chaleur à pression constante dans le condenseur.

Processus 3–4: Processus de pompage adiabatique réversible dans la pompe d'alimentation.

Processus 4–1: Transfert de chaleur à pression constante dans la chaudière.

La Fig.3 montre le cycle de Rankine sur les diagrammes p-v, T-s et h-s (lorsque la vapeur saturée entre dans la turbine, la vapeur peut être humide ou surchauffée également).

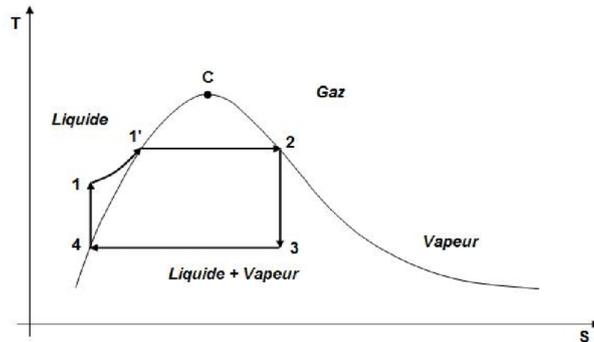


Cycle de Rankine et cycle Carnot

La différence est la de compression entre l'état 3 et l'état 4 dans le cas de cycle de Carnot, donc la condensation entre 2 et 3 se prolonge jusqu'à la courbe de saturation (Liquide saturé).

Lorsque le liquide est saturé on va faire une compression par une pompe (pompage isentropique). Après un changement de phase l'état 4 vers l'état 1.

Par rapport au cycle de Carnot on a une condensation qui est plus large jusqu'à la phase liquide saturé après une compression se forme.



Cycle de Rankine 1234

Travail de la Pompe $W_p = h_1 - h_4$ et $v_f (P_1 - P_2) > 0$,

Travail de la Turbine $W_T = h_2 - h_3 < 0$

La quantité de chaleur de la Chaudière $Q_{in} = h_2 - h_1 > 0$

La quantité de chaleur du Condenseur $Q_{out} = h_3 - h_4 < 0$

L'efficacité du cycle

$$\eta_{th} = W_{net} / Q_{in} = 1 - Q_{out} / Q_{in}$$

Exercices d'application sur le cycle de Rankine

Exercice N°1

Le cycle de Rankine fonctionne entre des pressions de 80 bars et 0,1 bar. La température maximale du cycle est de 600 °C. Si les rendements de la turbine à vapeur et de la pompe à condensat sont respectivement de 0,9 et 0,8, représentez le cycle sur un digramme (T, S), calculez le travail spécifique et le rendement thermique (η_{th}). L'extrait de table de vapeur (Steam Table) est donné ci-dessous.

p(bar)	t(°C)	Specific volume (m ³ /kg)		Specific enthalpy (kJ/kg)			Specific entropy (kJ/kg K)		
		v_f	v_g	h_f	h_{fg}	h_g	s_f	s_{fg}	s_g
0.1	45.84	0.0010103	14.68	191.9	2392.3	2584.2	0.6488	7.5006	8.1494
80	295.1	0.001385	0.0235	1317	1440.5	2757.5	3.2073	2.5351	5.7424

80 bar, 600°C	v	0.486 m ³ /kg
Superheat	h	3642 kJ/kg
table	s	7.0206 kJ/kgK

(GATE, 1998)

Solution de l'exercice N°1

Représentation de cycle sur le diagramme T-S

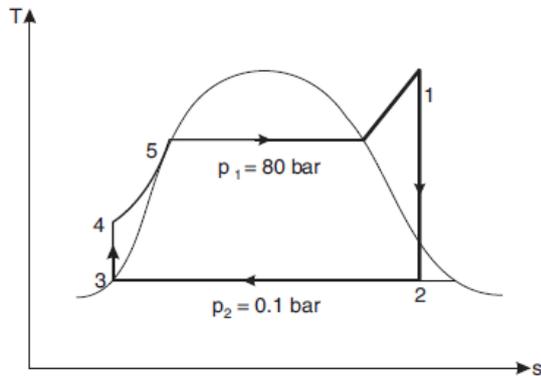


Fig. 8

A l'aide des tables de vapeur ;

A 80 bar et 600°C

$$h_1 = 3642 \text{ kJ/kg} \text{ et } s_1 = 7,0206 \text{ kJ/kg} \cdot \text{k}$$

Transformation de 1 vers 2 est isentropique à entropie constant donc $s_1 = s_2$

$$7,0206 = s_{f2} + x_2 s_{fg2} = 0,6488 + x_2 7,5006 \text{ d'où le titre ou la qualité de la vapeur égal } x_2 = 0,85 \text{ ou } 85\%$$

$$h_2 = h_{f2} + x_2 h_{fg2} = 191,9 + 0,85 2392,3 = 2225,36 \text{ kJ/kg}$$

Le travail de la Turbine

$$W_t = \eta_{\text{turbine}} (h_1 - h_2) = 0,9 (3642 - 2225,36) = 1275 \text{ kJ/kg}$$

Le travail de pompe

$$W_p = v_{f(p_2)} (p_1 - p_2) = 0,0010103 (80 - 0,1) (10^5/10^3) \text{ kN/m}^2 = 8,072 \text{ kJ/kg}$$

Le travail réel de la pompe

$$W_p \text{ réel} = 8,072/0,8 = 10,09 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Le travail net } W_{\text{net}} = 1275 - 10,09 = 1264,91 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{Efficacité thermique } (\eta_{\text{th}}) = W_{\text{net}}/Q_1$$

$$Q_1 = h_1 - h_{f4}$$

$$h_{f4} = h_{f3} + \text{travail réel de la pompe} = 191,9 + 10,09 = 202 \text{ kJ/kg}$$

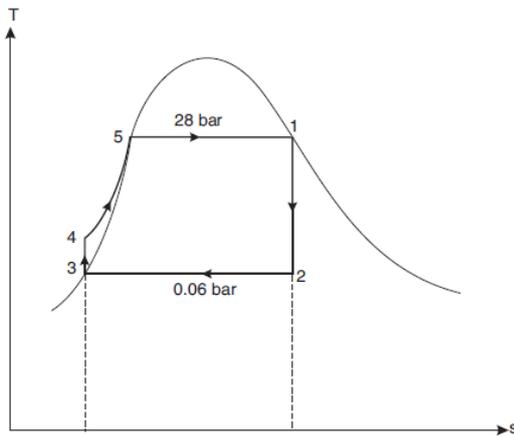
$$(\eta_{\text{th}}) = 1264,91 / (3642 - 202) = 0,368 \text{ ou } 36,8\%$$



Exercice N°2:

Un simple cycle de Rankine fonctionne entre 28 et 0,06 bar, la condition initiale de vapeur étant saturée à sec. Représentez le cycle sur un digramme (T, S). Calculez l'efficacité du cycle, le rapport de travail et la consommation de vapeur spécifique.

Solution de l'exercice N°2



D'après les tables de vapeur

At 28 bar : $h_1 = 2802 \text{ kJ/kg}, s_1 = 6.2104 \text{ kJ/kg K}$
 At 0.06 bar : $h_{f_2} = h_{f_3} = 151.5 \text{ kJ/kg}, h_{fg_2} = 2415.9 \text{ kJ/kg},$
 $s_{f_2} = 0.521 \text{ kJ/kg K}, s_{fg_2} = 7.809 \text{ kJ/kg K}$
 $v_f = 0.001 \text{ m}^3/\text{kg}$

La transformation dans la turbine état 1 vers l'état 2 (isentropique) donc ;

$$s_1 = s_2$$

$$6.2104 = s_{f_2} + x_2 s_{fg_2} = 0.521 + x_2 \times 7.809$$

$$x_2 = \frac{6.2104 - 0.521}{7.809} = 0.728$$

$$h_2 = h_{f_2} + x_2 h_{fg_2}$$

$$= 151.5 + 0.728 \times 2415.9 = 1910.27 \text{ kJ/kg}$$

Le travail de la Turbine

$$W_{\text{turbine}} = h_1 - h_2 = 2802 - 1910.27 = 891.73 \text{ kJ/kg}$$

Le travail de pompe

$$W_{\text{pump}} = h_{f_4} - h_{f_3} = v_f(p_1 - p_2)$$

$$= \frac{0.001(28 - 0.06) \times 10^5}{1000} = 2.79 \text{ kJ/kg}$$

Et donc

$$h_{f_4} = h_{f_3} + 2.79 = 151.5 + 2.79 = 154.29 \text{ kJ/kg}$$



Le travail W_{net} du cycle

$$\begin{aligned}W_{net} &= W_{turbine} - W_{pump} \\ &= 891.73 - 2.79 = 888.94 \text{ kJ/kg}\end{aligned}$$

Efficacité thermique (η_{th})

$$\begin{aligned}\eta_{th} &= \frac{W_{net}}{Q_1} = \frac{888.94}{h_1 - h_{f_4}} \\ &= \frac{888.94}{2802 - 154.29} = 0.3357 \text{ or } 33.57\%.\end{aligned}$$

Le rapport des travaux

$$\eta_{mech} = \frac{W_{net}}{W_{turbine}} = \frac{888.94}{891.73} = 0.997.$$

La consommation de vapeur spécifique

(ssc) = 3600/puissance

$$ssc = \frac{3600}{W_{net}} = \frac{3600}{888.94} = 4.049 \text{ kg/kWh.}$$

CYCLE OTTO

Ce cycle est ainsi nommé tel qu'il a été conçu par «Otto». Sur ce cycle, l'essence, le gaz et de nombreux types de moteurs à huile fonctionnent. C'est la norme de comparaison pour les moteurs à combustion interne.

Les figures 5 (a) et (b) montrent respectivement le diagramme p-V théorique et les diagrammes T-s de ce cycle.

Le point 1 représente que le cylindre est plein d'air avec le volume V_1 , la pression p_1 et l'absolu température T_1 .

La ligne 1–2 représente la compression adiabatique de l'air en raison de laquelle p_1 , V_1 et T_1 deviennent p_2 , V_2 et T_2 respectivement.

La ligne 2–3 montre l'apport de chaleur à l'air à volume constant de sorte que p_2 et T_2 changent en p_3 et T_3 (V_3 étant identique à V_2).

La ligne 3-4 représente l'expansion adiabatique de l'air. Pendant l'expansion p_3 , V_3 et T_3 passé à une valeur finale de p_4 , V_4 ou V_1 et T_4 respectivement.

La ligne 4–1 montre le rejet de chaleur par l'air à volume constant jusqu'à l'état d'origine (point 1) atteint.

Considérez 1 kg d'air (substance active):

Chaleur fournie à volume constant = $C_v (T_3 - T_2)$.

Chaleur rejetée à volume constant = $C_v (T_4 - T_1)$.

Efficacité = Travail effectué / Chaleur fournie = $1 - (T_4 - T_1) / (T_3 - T_2)$

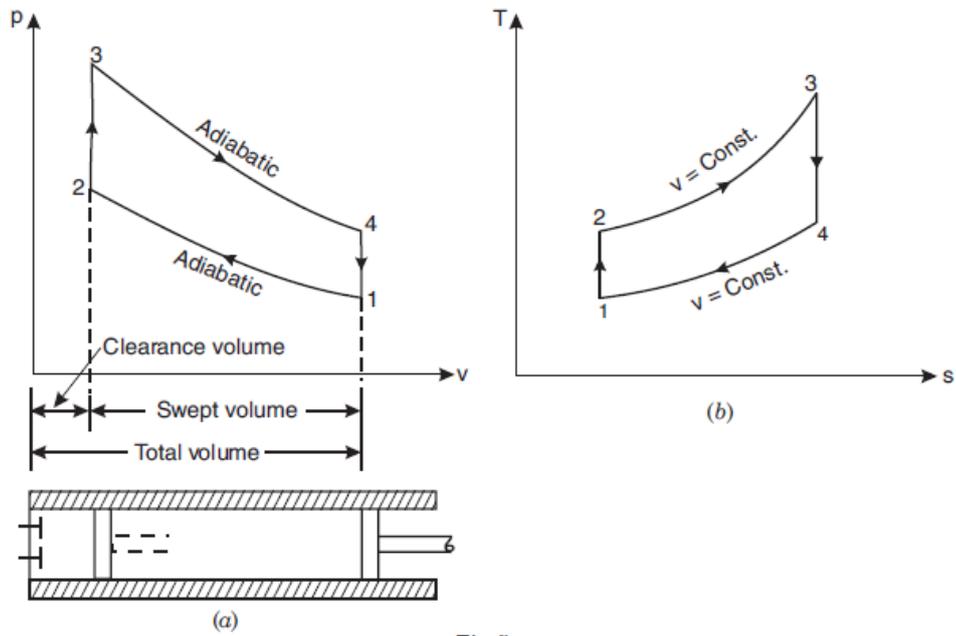
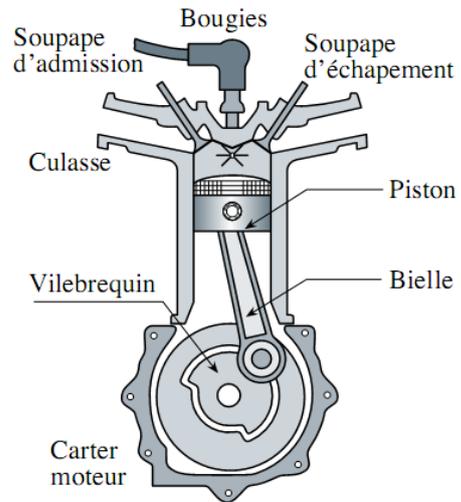
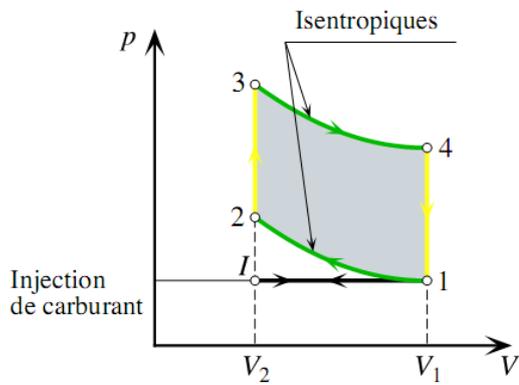
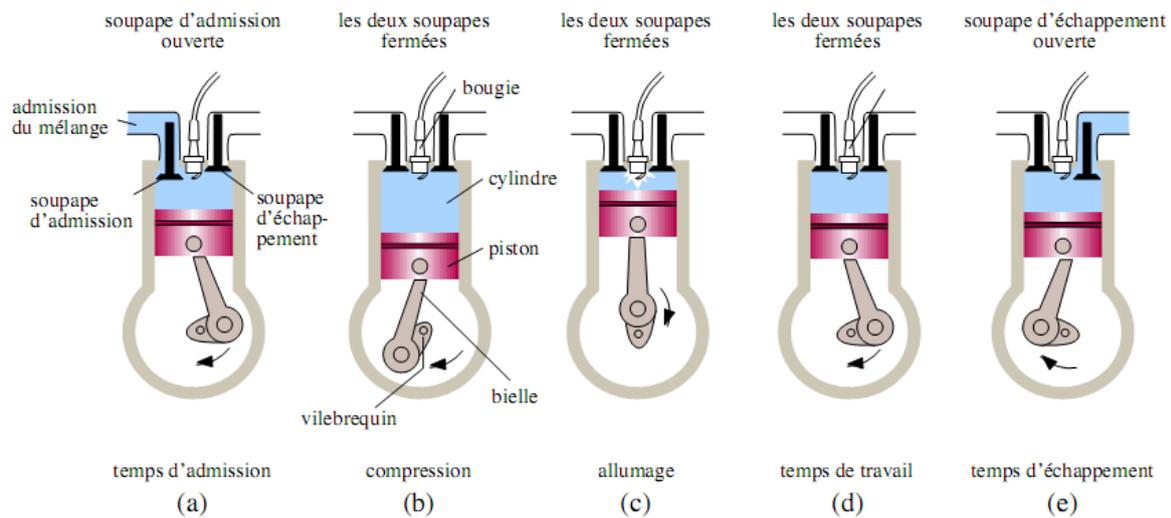


Fig. 5

Cycle de Beau de Rochas ou cycle d'Otto





Soit le taux de compression, $r_c (= r) = v_1/v_2$
 et taux d'expansion, $r_e (= r) = v_4/v_3$
 (Ces deux ratios sont les mêmes dans ce cycle)
 Et comme :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_4}{v_3} \right)^{\gamma-1}$$

$$T_3 = T_4 \cdot (r)^{\gamma-1}$$

En insérant les valeurs de T2 et T3 dans l'équation (i), on obtient

$$\eta_{otto} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_4 \cdot (r)^{\gamma-1} - T_1 \cdot (r)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{r^{\gamma-1}(T_4 - T_1)}$$

$$= 1 - \frac{1}{(r)^{\gamma-1}}$$

Cette expression est connue sous le nom d'efficacité standard d'air du cycle Otto. Il ressort clairement de l'expression ci-dessus que l'efficacité augmente avec l'augmentation de la valeur de r , ce qui signifie que nous pouvons avoir une efficacité maximale en augmentant r dans une mesure considérable, mais en raison de difficultés pratiques, sa valeur est limitée à environ 8.

Le travail net effectué par kg dans le cycle d'Otto peut également être exprimé en termes de p , v . Si p est exprimé en bar soit 10^5 N/m^2 , puis travail effectué

$$W = \left(\frac{p_3 v_3 - p_4 v_4}{\gamma - 1} - \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{\gamma - 1} \right) \times 10^2 \text{ kJ} \quad \dots(4)$$

Also

$$\frac{p_3}{p_4} = r^\gamma = \frac{p_2}{p_1}$$

$$\therefore \frac{p_3}{p_2} = \frac{p_4}{p_1} = r_p$$

where r_p stands for *pressure ratio*.

and

$$v_1 = r v_2 = v_4 = r v_3 \quad \left[\because \frac{v_1}{v_2} = \frac{v_4}{v_3} = r \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore W &= \frac{1}{\gamma - 1} \left[p_4 v_4 \left(\frac{p_3 v_3}{p_4 v_4} - 1 \right) - p_1 v_1 \left(\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} - 1 \right) \right] \\ &= \frac{1}{\gamma - 1} \left[p_4 v_4 \left(\frac{p_3}{p_4 r} - 1 \right) - p_1 v_1 \left(\frac{p_2}{p_1 r} - 1 \right) \right] \\ &= \frac{v_1}{\gamma - 1} \left[p_4 (r^\gamma - 1) - p_1 (r^\gamma - 1) \right] \end{aligned}$$

$$= \frac{v_1}{\gamma - 1} \left[(r^\gamma - 1)(p_4 - p_1) \right]$$

$$= \frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} \left[(r^\gamma - 1)(r_p - 1) \right] \quad \dots[4 (a)]$$

La pression effective moyenne (p_m) est donnée par:

$$p_m = \left[\left(\frac{p_3 v_3 - p_4 v_4}{\gamma - 1} - \frac{p_2 v_2 - p_1 v_1}{\gamma - 1} \right) + (v_1 - v_2) \right] \text{ bar} \quad \dots(5)$$

Also

$$p_m = \frac{\left[\frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} (r^\gamma - 1)(r_p - 1) \right]}{(v_1 - v_2)}$$

$$= \frac{\frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} [(r^\gamma - 1)(r_p - 1)]}{v_1 - \frac{v_1}{r}}$$

$$= \frac{\frac{p_1 v_1}{\gamma - 1} [(r^\gamma - 1)(r_p - 1)]}{v_1 \left(\frac{r - 1}{r} \right)}$$

$$p_m = \frac{p_1 r [(r^\gamma - 1)(r_p - 1)]}{(\gamma - 1)(r - 1)} \quad \dots(6)$$

Exercices d'application sur le cycle Otto

Exercice N°1

L'efficacité d'un cycle d'otto est de 60% et $\gamma=1,5$. Quel est le taux de compression?

Solution ;

Efficacité du cycle Otto, $\eta = 60\%$

Rapport de chaleurs spécifiques, $\gamma = 1,5$

Taux de compression, $r = ?$

L'efficacité du cycle d'Otto est donnée par,

$$\eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{1}{(r)^\gamma - 1}$$

$$0.6 = 1 - \frac{1}{(r)^{1.5} - 1}$$

$$\frac{1}{(r)^{0.5}} = 0.4 \quad \text{or} \quad (r)^{0.5} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \quad \text{or} \quad r = 6.25$$

Par conséquent, le taux de compression est de 6,25

Exercice N°2

Solution ;

Alésage du moteur, $D = 250 \text{ mm} = 0,25 \text{ m}$

Course du moteur, $L = 375 \text{ mm} = 0,375 \text{ m}$

Volume de dégagement, $V_c = 0,00263 \text{ m}^3$

Pression initiale, $p_1 = 1 \text{ bar}$

Température initiale, $T_1 = 50 + 273 = 323 \text{ K}$

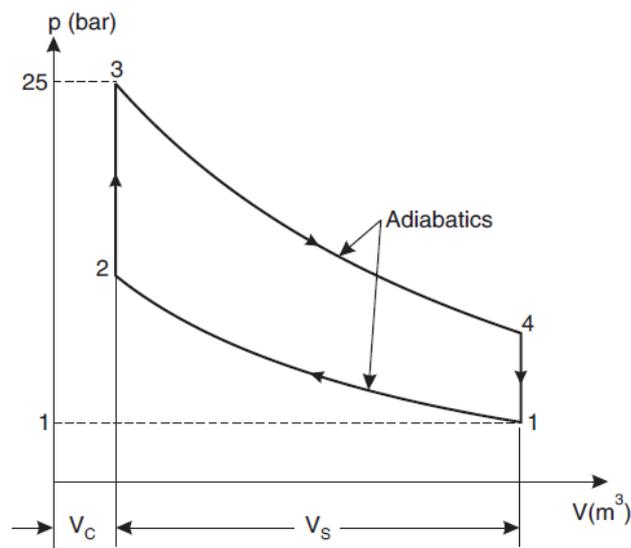


Fig. 6



Pression maximale, $p_3 = 25$ bar

Volume balayé,

$$V_s = \pi/4 D^2 L = \pi/4 \times 0.25^2 \times 0.375 = 0.0184 \text{ m}^3$$

Ratio de compression,

$$r = \frac{V_s + V_c}{V_c} = \frac{0.0184 + 0.00263}{0.00263} = 8.$$

Efficacité standard de l'air:

L'efficacité standard de l'air du cycle Otto est donnée par

$$\begin{aligned} \eta_{\text{Otto}} &= 1 - \frac{1}{(r)^{\gamma-1}} = 1 - \frac{1}{(8)^{1.4-1}} = 1 - \frac{1}{(8)^{0.4}} \\ &= 1 - 0.435 = \mathbf{0.565} \text{ or } \mathbf{56.5\%}. \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$

Pression effective moyenne, p_m :

Pour la transformation adiabatique (ou isentropique) 1-2

$$\begin{aligned} p_1 V_1^\gamma &= p_2 V_2^\gamma \\ p_2 &= p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 1 \times (r)^{1.4} = 1 \times (8)^{1.4} = 18.38 \text{ bar} \end{aligned}$$

Rapport de pression,

$$r_p = \frac{p_3}{p_2} = \frac{25}{18.38} = 1.36$$

La pression effective moyenne est donnée par

$$p_m = \frac{p_1 r [(r^\gamma - 1)(r_p - 1)]}{(\gamma - 1)(r - 1)} = \frac{1 \times 8 [(8)^{1.4-1} - 1](1.36 - 1)}{(1.4 - 1)(8 - 1)}$$

D'où une pression effective moyenne = 1,334 bar.