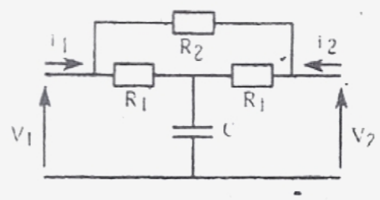
Institut des sciences et de la technologie
Département de Génie Electrique

TD 2

Exercice n°1 :

On considère le quadripôle de la figure ci-dessous constitué par un quadripôle en T (résistance $R1$ et condensateur C) et ponté par une résistance $R2$.



1. Montrez que ce quadripôle peut être considéré comme l'association de deux quadripôles en parallèle.

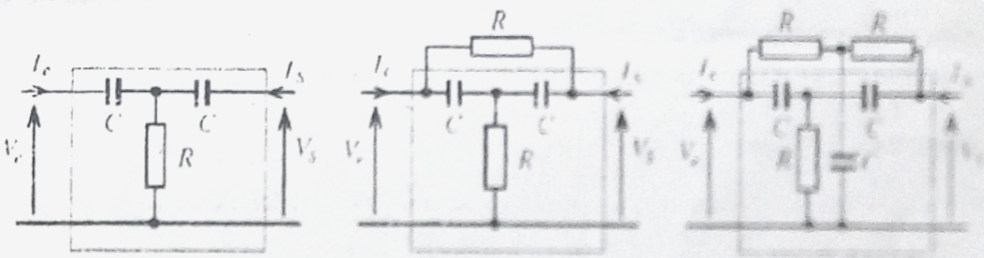
   Dessinez les schémas correspondants.

2. Déterminez les termes des matrices Y' et Y'' de chacun des quadripôles constituant cette association.

   Déduisez en la matrice Y du quadripôle.

Exercice N°2:

Soit les montages des quadripôles en T, en T ponté et en double T de la figure ci-dessous

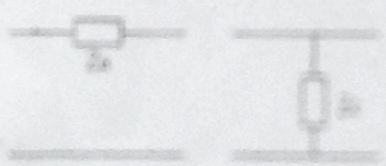


(a) (b) (c)

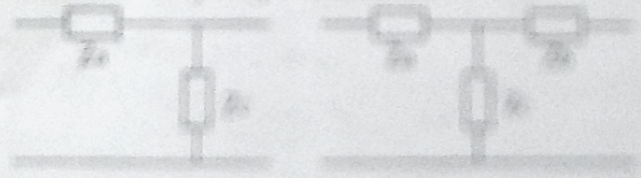
Déterminer la matrice admittance du quadripôle pour chaque cas.

Exercice n°3:

1. Déterminez les matrices chaînes directes des quadripôles suivants :



2. Déduisez-en les matrices chaînes directes des quadripôles suivants comme résultant de l'association en cascade des quadripôles ci-dessus.

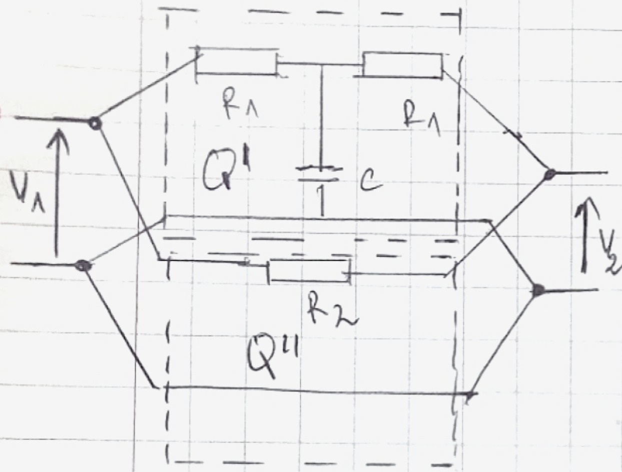


3. Faites la même chose pour le quadripôle en π.

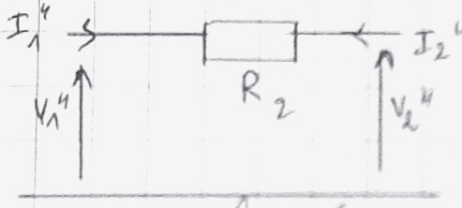
Corrigé TD N°02

Exercice 1

1- schémas des 2 Quadripôles en parallèle.



* le 1er Quadripôle Q''



un quadripôle série

• $Y_{11}'' = \frac{I_1''}{V_1''}\Big|_{V_2''=0}$

Si la sortie est en court-circuit $(V_2''=0) \Rightarrow V_1'' = R_2 . I_1''$

$Y_{11}'' = \frac{I_1''}{R_2 . I_1''}\Big|_{V_2''=0} = \boxed{\frac{1}{R_2}}$

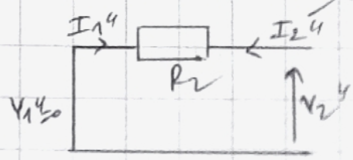
• $Y_{22}'' = \frac{I_2''}{V_2''}\Big|_{V_1''=0}$

Si l'entrée $V_1''=0$ est en court-circuit $\Rightarrow V_2'' = R_2 . I_2''$

$Y_{22}'' = \frac{I_2''}{R_2 . I_2''}\Big|_{V_1''=0} = \boxed{\frac{1}{R_2}}$

• $Y_{12}'' = \frac{I_1''}{V_2''}\Big|_{V_1''=0}$

Si l'entrée est en court-circuit



$\begin{cases} V_2'' = R_2 . I_2'' \\ I_2'' = - I_1'' \end{cases} \Rightarrow V_2'' = - R_2 . I_1''$

$Y_{12}'' = \frac{I_1''}{-R_2 . I_1''} = \boxed{-\frac{1}{R_2}}$

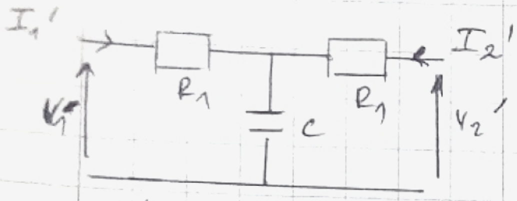
• $Y_{21}'' = \frac{I_2''}{V_1''}\Big|_{V_2''=0}$

Si la sortie est en court-circuit

$\begin{cases} V_1'' = R_2 . I_1'' \\ I_2'' = - I_1'' \end{cases} \Rightarrow V_1'' = - R_2 . I_2''$

$Y_{21}'' = \frac{I_2''}{-R_2 . I_2''} = \boxed{-\frac{1}{R_2}}$

- Le 2ème Quadripôle Q' en T



- $Y_{11}' = \left.\dfrac{I_1'}{V_1'}\right|_{V_2'=0}$

Si la sortie ($V_2'=0$) est en court-circuit ($R_1 // C$) est en série avec R_1.

$$V_1' = \left[R_1 + (Z_C // R_1)\right] \cdot I_1'$$

$$\Rightarrow Y_{11}' = \frac{1}{R_1 + (Z_C // R_1)}$$

avec $Z_C = \dfrac{1}{jC\omega}$

- $Y_{22}' = \left.\dfrac{I_2'}{V_2'}\right|_{V_1'=0}$

Si l'entrée ($V_1'=0$) est en court-circuit ($R_1 // C$) est en série avec R_1

$$V_2' = \left[R_1 + (Z_C // R_1)\right] \cdot I_2'$$

$$Y_{22}' = \frac{I_2'}{V_2'} = \frac{I_2'}{\left[R_1 + (R_1 // Z_C)\right] I_2'}$$

$$Y_{22}' = \frac{1}{R_1 + (Z_C // R_1)}$$

avec : $Z_C = \dfrac{1}{jC\omega}$

- $Y_{12}' = \left.\dfrac{I_1'}{V_2'}\right|_{V_1'=0}$

$V_1'=0 \Rightarrow (R_1 // C)$ est en série avec R_1

$$V_2' = \left[R_1 + (R_1 // Z_C)\right] \cdot I_2'$$

Avec $I_1' = -\dfrac{Z_C}{R_1 + Z_C} \cdot I_2'$

Diviseur de courant

avec
- I_2' = courant Total
- I_1' = courant de la branche
- I_1' et I_2' sont de signe contraire

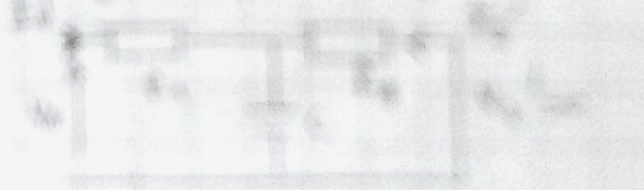
Alors : $Y_{12}' = \dfrac{-\dfrac{Z_C}{R_1 + Z_C} \cdot I_2'}{\left[R_1 + (R_1 // Z_C)\right] \cdot I_2'}$

$$Y_{12}' = -\frac{Z_C/(R_1 + Z_C)}{\left[R_1 + (R_1 // Z_C)\right]}$$

- $Y_{21}' = \left.\dfrac{I_2'}{V_1'}\right|_{V_2'=0}$

$V_2'=0 \Rightarrow R_1$ est en série avec $(R_1 // C)$

$$V_1' = \left[R_1 + (R_1 // Z_C)\right] \cdot I_1'$$



$$\begin{cases} I'_2 = \dfrac{-Z_c}{R_1+Z_c} \cdot I_1 \\ I_1 = \text{courant total} \\ I'_2 = \text{courant de branche} \\ I'_2 \text{ et } I_1 \text{ sont de sens contraire} \end{cases}$$

Alors : $Y'_{21} = \dfrac{-Z_c/(R_1+Z_c) \cdot I'_1}{[R_1 + (R_1 // Z_c)] \cdot I'_1}$

$$\boxed{Y'_{21} = \frac{-Z_c/(R_1+Z_c)}{[R_1+(R_1//Z_c)]}}$$

* Des deux Quadripôles Q' et Q''

l'admittance totale :

$Y_{11} = Y'_{11} + Y''_{11}$

$$\boxed{Y_{11} = \frac{1}{R_1 + (Z_c // R_1)} + \frac{1}{R_2}}$$

$$\boxed{Y_{22} = Y'_{22} + Y''_{22} = \frac{1}{R_1+(Z_c//R_1)} + \frac{1}{R_2}}$$

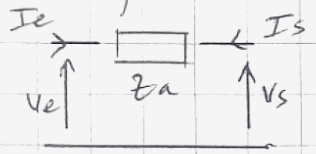
$$\boxed{Y_{12} = Y'_{12} + Y''_{12} = -\frac{Z_c/(R_1+Z_c)}{[R_1+(R_1//Z_c)]} - \frac{1}{R_2}}$$

$$\boxed{Y_{21} = Y'_{21} + Y''_{21} = \frac{-Z_c/(R_1+Z_c)}{[R_1+(R_1//Z_c)]} - \frac{1}{R_2}}$$

Ex n°2 : Même façon de calcul

Ex n°3 :

1\. Impédance série

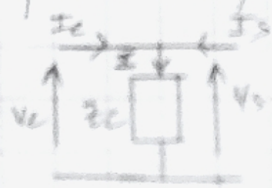


$$\begin{cases} I_s = -I_e \\ V_s = V_e + Z_a \cdot I_s \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_s = -I_e \\ V_s = V_e - Z_a \cdot I_e \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -Z_a \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}_{T_a} \begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix}$$

2\. Impédance en parallèle (//)



$V_s = V_e = Z_c \cdot I$

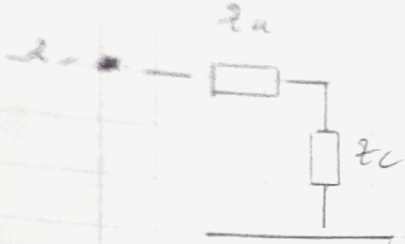
$I = I_e + I_s \Rightarrow I_s = I - I_e$

$= \dfrac{V_e}{Z_c} - I_e$

$$\begin{bmatrix} V_s \\ I_s \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_c} & -1 \end{bmatrix}}_{T_c} \begin{bmatrix} V_e \\ I_e \end{bmatrix}$$

(4)

2 -

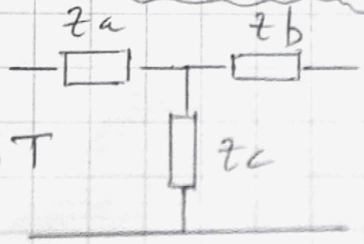


on a 2 Quadripôles en cascade

- le 1er formé de l'impédance série Z_a
- le 2ème formé de l'impédance parallèle Z_c.

la fonction de transfert totale

$$\boxed{T = T_c \cdot T_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_c} & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -Z_a \\ 0 & -1 \end{bmatrix}}$$



Quadripôle en T

on a 2 Quadripôles en cascade

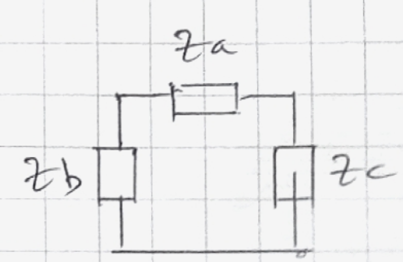
- le 1er formé de (Z_a et Z_c)
- le 2ème formé de Z_b (en série)

la fonction de transfert totale

$$T' = T_b \cdot T$$

$$\boxed{T' = \begin{bmatrix} 1 & -Z_b \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix}}$$

3 -



Quadripôle en Π.

même façon de calcul que pour le Q en T

$\boxed{\begin{matrix} Z_b = // \\ Z_a = \text{série} \end{matrix}} \Rightarrow T$

+

$\boxed{Z_c\ //}$

$\Downarrow$

$$\boxed{T' = T_c \cdot T}$$