

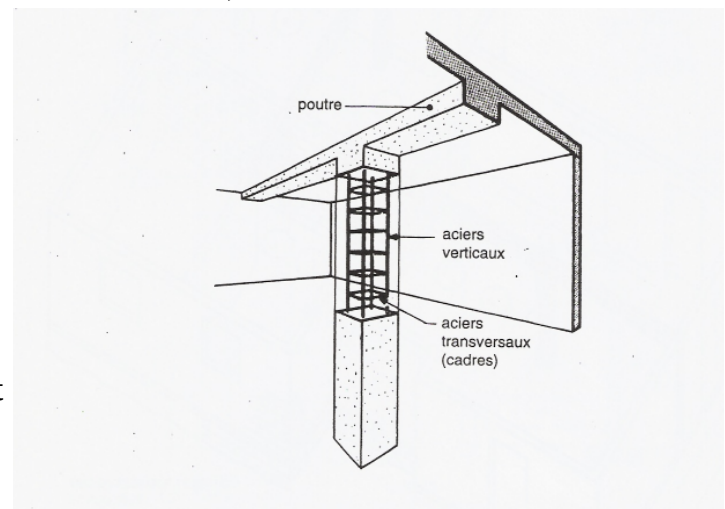
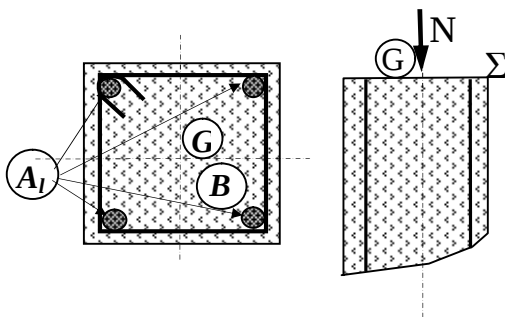
CHAPITRE - 6

LA COMPRESSION SIMPLE « Poteaux »

6.1-Définition

Une pièce en béton armé est sollicitée en compression simple lorsque les forces agissant à gauche d'une section (Σ) se ramènent au centre de gravité de la section à une force unique (N) (effort normal) perpendiculaire à (Σ).

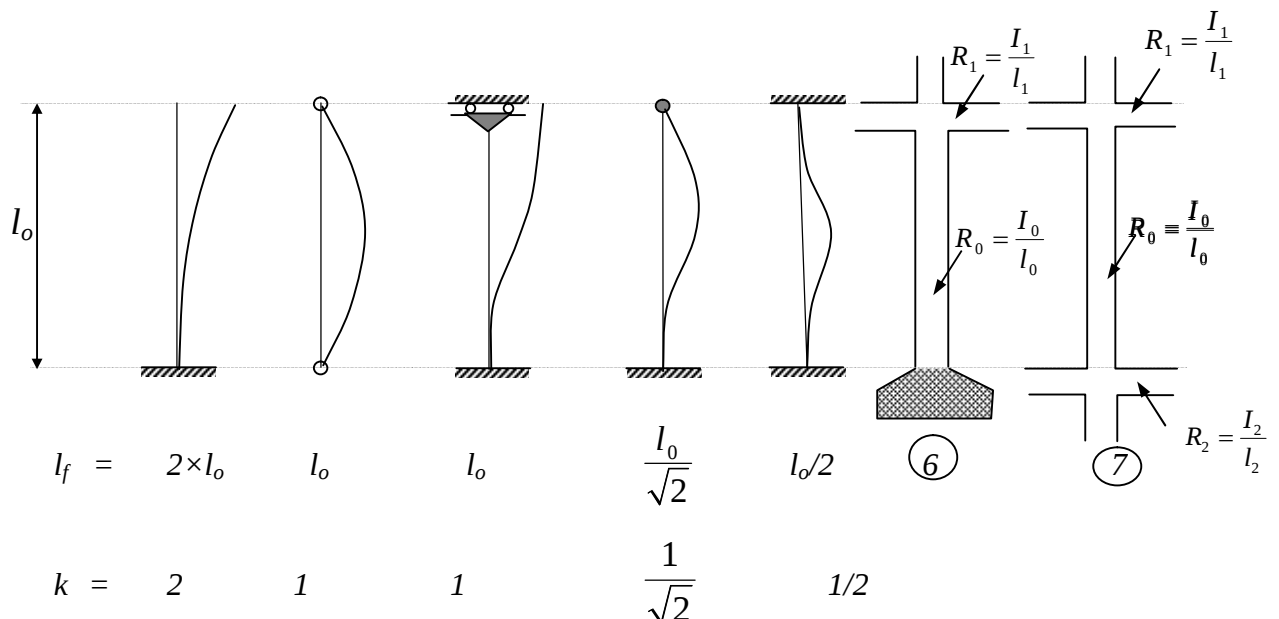
Les pièces soumises à la compression simple sont nommées généralement poteaux ou piliers et sont susceptibles de flamber (perte de stabilité de forme).



6.2 – Longueur de flambement -Elancement

5.2.1 – Longueur de flambement

$$l_f = k \times l_0 \quad \text{avec : } \begin{cases} k = \text{coefficient de liaison} \\ l_0 = \text{Longueur libre du poteau} \end{cases}$$



- ⑥ : Si $R_1 > R_0$ plus encastrement dans la fondation ➔ $k=0,7$ Si non $k=1$
 ⑦ : Si $R_1 > R_0$ et $R_2 > R_0$ ➔ $k=0.7$ Sinon $k=1$

6.2.2 – Elancement

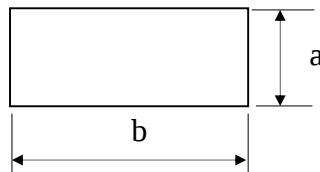
L'élanement d'un poteau (λ) est donné par :

$$\lambda = \frac{l_f}{i}$$

← Longueur de flambement
← Rayon de giration

$$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}} \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{Moment d'inertie minimal} \\ \leftarrow \text{Section du coffrage} \end{array}$$

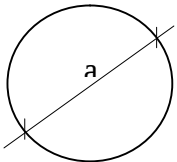
Exemple1 : Calcul de l'élancement λ pour un poteau rectangulaire



$$\lambda = \frac{l_f}{i} \text{ or } i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}} = \sqrt{\frac{a^3 b}{12ab}} = \frac{a}{\sqrt{12}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{l_f}{\frac{a}{\sqrt{12}}} = \frac{\sqrt{12} \times l_f}{a}$$

Exemple2 : Calcul de l'élancement λ pour un poteau circulaire



$$\lambda = \frac{l_f}{i} \text{ or } i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{B}} = \sqrt{\frac{a^4 \pi}{64 \frac{a^2 \pi}{4}}} = \frac{a}{4}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{l_f}{\frac{a}{4}} = \frac{4 \times l_f}{a}$$



6.3 – Justification à l'ELU

En compression simple $\varepsilon_{bu} = 2\text{‰}$ → pivot C

$$f_{bcu} = \frac{f_{c28}}{0,9 \times \gamma_b} ; \gamma_b = 1,5$$

Hypothèse : on admettra qu'il n'y aura pas de glissement relatif entre l'acier et le béton

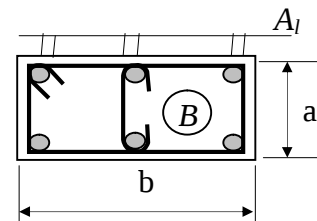
$$\varepsilon_{sc} = \varepsilon_{bc} \quad \text{à l'ELU} \quad \varepsilon_{sc} = \varepsilon_{bu} = 2\text{‰}$$

$$\varepsilon_{se} = \frac{f_e}{\gamma_s E_s} < 2\text{‰} \Rightarrow \text{Acier plastifié (valable pour FeE400 seulement)} \Rightarrow f_{su} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

6.3.1 – Évaluation de l'effort normal résistant (N_{ur})

Donnée : section du béton B ; résistance du béton f_{c28}

Section d'armature A_l ; limite d'élasticité f_e



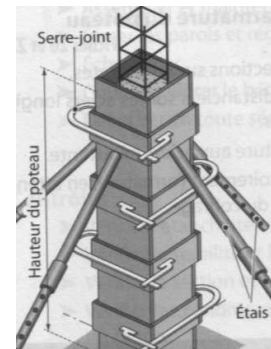
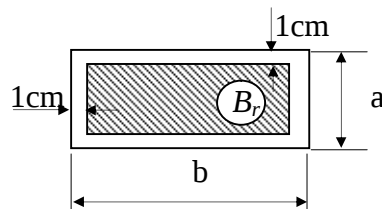
L'effort normal théorique est donné par :

$$N_{urth} = B \times f_{bcu} + A_l \times f_{su}$$

Pour la détermination de l'effort normal résistant de calcul le règlement BAEL91

apporte sur la valeur théorique les correctifs suivants:

- Pour tenir compte des défauts d'exécution notamment pour les poteau de faibles dimensions transversales, la section réelle (B) est remplacée par section réduite (B_r) telle que $B_r = (a-2\text{cm}) \times (b-2\text{cm})$



- Pour compenser les effets du second ordre (flambement), la valeur de l'effort normal résistant est minorée par un coefficient réducteur $\alpha(\lambda)$. D'où

$$N_{ur} = \alpha(\lambda) \times \left(B_r \times \frac{f_{c28}}{0,9 \times \gamma_b} + A_l \times \frac{f_e}{\gamma_s} \right)$$

$$\text{Avec : } \begin{cases} \alpha(\lambda) = \frac{0,85}{1 + 0,2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} & \rightarrow \lambda \leq 50 \\ \alpha(\lambda) = 0,6 \times \left(\frac{50}{\lambda}\right)^2 & \rightarrow 50 \leq \lambda \leq 70 \end{cases} \quad \text{Nous pouvons constater que } \alpha(\lambda) < 1$$

Afin de simplifier les calculs ultérieurs on a proposé un paramètre β tel que

$$\beta = \frac{0,85}{\alpha(\lambda)} \Rightarrow \frac{\beta}{0,85} = \frac{1}{\alpha(\lambda)}$$

La condition de résistance s'écrit donc :

$$k \times \frac{N_u}{\alpha(\lambda)} \leq \left(B_r \times \frac{f_{c28}}{0,9 \times \gamma_b} + A_l \times \frac{f_e}{\gamma_s} \right)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{k \times \beta \times N_u \leq \left(B_r \times \frac{f_{bu}}{0,9} + 0,85 \times A_l \times \frac{f_e}{\gamma_s} \right) \quad \text{avec } f_{bu} = \frac{0,85 \times f_{c28}}{\gamma_b}} \quad [1]$$

Le paramètre (k) tient compte de l'âge du béton lors du chargement

$$k = \begin{cases} 1,10 & \text{si plus de la moitié des charges est appliquée à } j \leq 90 \text{ jours} \\ 1,2 & \\ \text{et } f_{c28} \text{ est remplacée par } f_{cj} & \left. \vphantom{\begin{matrix} 1,10 \\ 1,2 \end{matrix}} \right\} \text{si la majorité des charges est appliquée à } j \leq 28 \text{ jours} \\ 1 & \text{dans les autres cas} \end{cases}$$

6.3.1 – Détermination des armatures longitudinales (A_l)

Données : Le coffrage du poteau ($a \times b$)

L'effort normal permanent (N_G)

L'effort normal d'exploitation (N_Q)

$$\Rightarrow N_u = 1,35 \times N_G + 1,5 \times N_Q$$

Inconnues : A_l

Vu l'absence de fissuration, le calcul est toujours mené à l'ELU $\Rightarrow N_u \leq N_{ur}$

D'après [1] nous écrivons :

$$\boxed{A_l \geq \frac{k \times \beta \times N_u - B_r \times \frac{f_{bu}}{0,9}}{0,85 \times f_e / \gamma_s}}$$

6.4 – Dispositions constructives :

6.4.1 – Les armatures longitudinales (A_l)

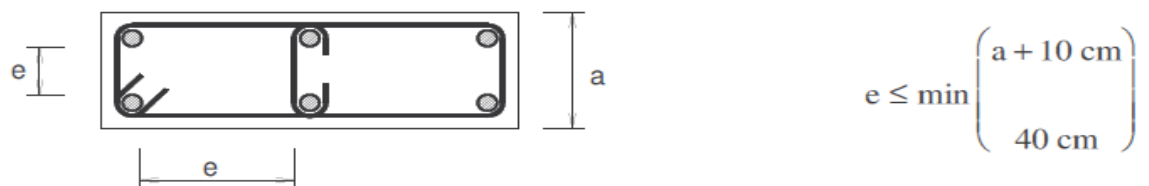
- Ces armatures peuvent être constituées de ronds lisses, barres H.A. ou treillis soudés.
- Il faut utiliser des armatures de nuances $f_e \geq 330 \text{ MPa}$
- La section d'armature doit respecter :
 - $A_l \geq 4 \text{ cm}^2$ par mètre de parement (perpendiculairement aux armatures)
 - $0,2\% \leq A_l/B \leq 5\% \leftrightarrow 0,002 \times B \leq A_l \leq 0,05 \times B$

$$\Rightarrow A_l \geq \sup \begin{cases} 4 \text{ cm}^2 \times (\text{périmètre de la section du béton en mètre}) \\ 0,002 \times B \text{ avec } B = \text{section du béton} \end{cases}$$

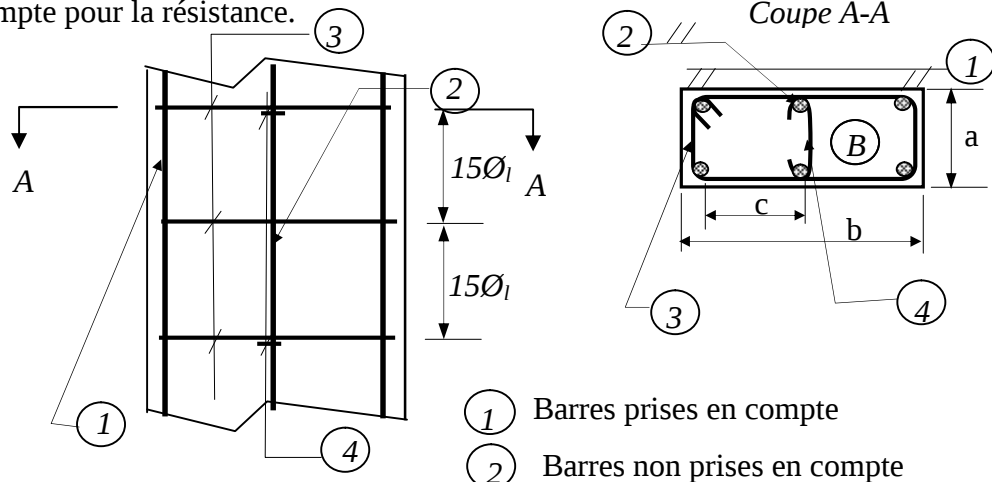
$$A_{Max} = 0,05 \times B \Leftrightarrow A_l \leq 0,05 \times B$$

Si en dehors des zones de recouvrement $A_l \geq A_{max}$ ($0,05 \times B$) il faut revoir le coffrage

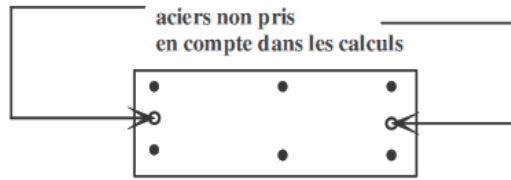
- Pour les sections rectangulaires ($a \times b$) avec $a < b$ la distance maximale (e)



- Les armatures longitudinales doivent être réparties le long des parois
 - section polygonale : au moins une barre dans chaque angle
 - section circulaire au moins 6 barres régulièrement réparties
- Toutes les barres longitudinales de diamètre $\emptyset$ non maintenues par des armatures transversales espacées au maximum de $15 \times \emptyset$ ne peuvent pas être prises en compte pour la résistance.

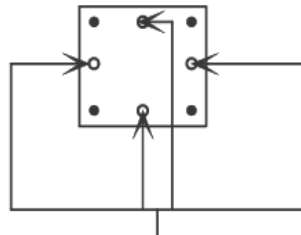


Si l'élanement du poteau est supérieur à 35, on ne peut tenir compte dans la section A_s que des armatures qui contribuent le plus efficacement à la rigidité du poteau, dans le sens où le moment quadratique est le plus faible.



Poteaux rectangulaires tels que

$$\frac{a}{b} \leq 0,9$$



Poteaux rectangulaires tels que

$$0,9 \leq \frac{a}{b} \leq 1,1$$

Poteaux carrés

6.4.2 – Les armatures transversales (A_t)

Les armatures transversales doivent maintenir :

- Toutes les barres prises en compte dans le calcul de la résistance
- Les barres de $\varnothing \geq 20\text{mm}$ même celles non prises en compte

a- **Diamètre** : le diamètre des armatures transversales doit vérifier les conditions :

$$\triangleright \varnothing_t \approx \varnothing_l / 3$$

$$\triangleright \varnothing_t \leq 12\text{mm}$$

b- **espacement en zones courantes** :

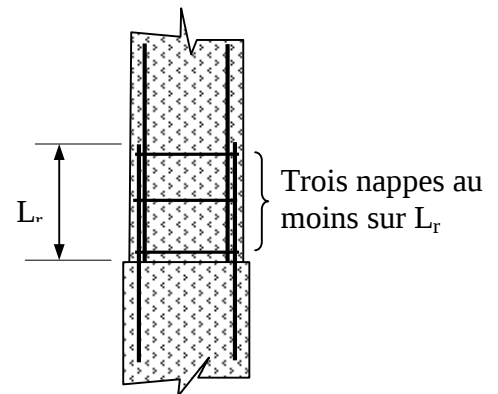
$$s_t \leq \min \begin{cases} 40\text{cm} \\ a + 10\text{cm} \rightarrow a = \text{plus petite dimension transversale de la section} \\ 15 \times \phi_{\min} \rightarrow \text{pour } A_t \geq A_{\min} \end{cases}$$

c- **espacement en zones de recouvrement**:

La longueur de recouvrement est donnée par :

$$L_r = \begin{cases} 0,6 \times L_s & \rightarrow \text{cas courant} \\ L_s & \rightarrow \text{pièces soumises à des chocs} \end{cases}$$

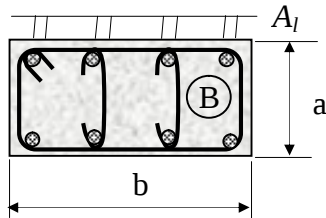
Dans les zones où il y a plus que la moitié des barres en recouvrement on doit disposer au moins 3 nappes d'armatures transversales sur la longueur de recouvrement



6.5 Justification aux ELS

Aux états limites de service nous devons vérifier que :

$$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} \text{ avec } \bar{\sigma}_{bc} = 0.6 \times f_{c28}$$



Données : B ; A_l ; f_e ; f_{c28} ; N_G ; N_Q

Inconnues : σ_{bc} la contrainte de compression dans le béton

A ELS l'acier et le béton sont supposés tous les deux élastiques

$$\sigma_{bc} = \frac{N_{ser}}{S} \text{ avec } \begin{cases} N_{ser} = N_G + N_Q \\ S = B + 15 \times A_l \end{cases} \leftarrow \text{section rendue homogène}$$



$$\sigma_{bc} = \frac{N_{ser}}{B + 15 \times A_l} \leq 0.6 f_{c28}$$

6.6 Détermination du coffrage

Données : f_e ; f_{c28} ; N_G ; N_Q ; l_o ; l_f

B et A_l sont inconnues $\rightarrow$ Reprenons l'expression de l'effort normal résistant [1]

$$k \times \beta \times Nu \leq (B_r \times \frac{f_{bu}}{0.9} + 0.85 \times A_l \times \frac{f_e}{\gamma_s})$$



$$k \times \beta \times Nu \leq B_r (\frac{f_{bu}}{0.9} + 0.85 \times \frac{A_l}{B_r} \times \frac{f_e}{\gamma_s})$$

$$\Rightarrow B_r \geq \frac{k \times \beta \times Nu}{(\frac{f_{bu}}{0.9} + 0.85 \times \frac{A_l}{B_r} \times \frac{f_e}{\gamma_s})}$$

Prenons $\frac{A_l}{B_r} = 0.01$ soit 1%

$$B_r \geq \frac{k \times \beta \times Nu}{(\frac{f_{bu}}{0.9} + \frac{0.85}{100} \times \frac{f_e}{\gamma_s})} \quad \text{Or } \beta \text{ dépend de } \lambda \text{ qui dépend de la section du béton (B)}$$

Prenons comme exemple les cas des sections courantes

a) Section rectangulaire avec (a<b)

Généralement il est préférable de choisir $\lambda \leq 35$ pour faire participer toutes les barres longitudinales au flambement.

Prenons $\lambda = 35 \rightarrow \beta = 1 + 0,2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2 \rightarrow B_r$ est connue



$$a = \frac{\sqrt{12}}{35} \times l_f \approx \frac{l_f}{10} \rightarrow b = 0,02 + \frac{B_r}{a - 0,02}$$

Si la valeur calculée de (b) est inférieure à (a) on prendra un poteau carré (a×a)

b) Section circulaire de diamètre (a)

$$a = \frac{4 \times l_f}{35} \approx \frac{l_f}{9}$$

c) Section rectangulaire avec un côté imposé

Soit (c) la dimension imposée, on ignore s'il s'agit de a ou b

On calcule $\lambda = \frac{\sqrt{12} \times l_f}{c}$ puis $\beta = f(\lambda)$

A partir de β, f_e, f_{c28} et N_{ult} On calcule B_r puis $c_r = 0,02 + \frac{B_r}{a - 0,02}$

Si $c < c_r$ $\rightarrow$ (c) est la plus petite dimension $\Rightarrow c = a$ et $b = 0,02 + \frac{B_r}{c - 0,02}$

Si $c > c_r$ $\rightarrow$ (c) est le plus grand coté $\Rightarrow c = b$ et $a = 0,02 + \frac{B_r}{c - 0,02}$

Dans ce dernier cas on a commis une erreur dans la détermination de λ puisque le paramètre λ doit être exprimé en fonction du plus petit coté (a). Par conséquent le problème doit être résolu par itération comme suit :

On fixe $\lambda_1 \geq \frac{\sqrt{12} \times l_f}{b} \Rightarrow$ on calcule β_1 puis $B_{r1} \rightarrow a_1 = 0,02 + \frac{B_{r1}}{b - 0,02}$

2^{ème} itération $\Rightarrow \lambda_2 \geq \frac{\sqrt{12} \times l_f}{a_1}$ on calcule β_2 puis $B_{r2} \rightarrow a_2 = 0,02 + \frac{B_{r2}}{b - 0,02}$

On continue avec les itérations jusqu'à $a_{n+1} = a_n \rightarrow$ La convergence est rapide

6.7 - Applications numériques :

Exercice 1 :

Soient les deux poteaux rectangulaires (22cm×50cm) de longueur libre ($l_o = 4.5m$) réalisés en béton de résistance $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ armé par des barres HA FeE400. Les deux poteaux appartiennent à un même plancher intermédiaire d'un bâtiment et solidaires à des poutres dont les rigidités sont supérieures à celles des poteaux. Les charges permanentes et d'exploitation appliquées sur les deux poteaux sont récapitulées dans le tableau ci-après.

Poteaux	$N_G \text{ (MN)}$	$N_Q \text{ (MN)}$
P1	0.5	0.35
P2	1.1	0.51

- 1°) Déterminer le ferrailage des deux poteaux.
- 2°) Effectuez toutes les vérifications nécessaires.

Exercice 2 :

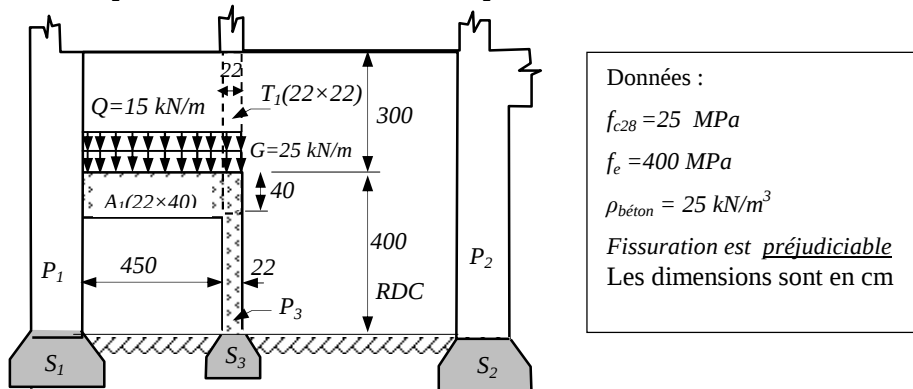
Soit un poteau rectangulaire de dimensions inconnues réalisé avec les mêmes matériaux que de l'exercice 1 supportant les efforts normaux suivants : $N_G = 1.3 \text{ MN}$ et $N_Q = 0.7 \text{ MN}$.

La longueur de flambement du poteau est de 2.8m.

- 1°) Dimensionnez la section du poteau.
- 2°) Déterminer le ferrailage longitudinal et transversal
- 3°) Supposant que l'un des deux cotés du poteau est imposé et égal à 50 cm ; déterminez la dimension du deuxième coté.

Exercice 3 :uc

Le schéma suivant représente un extrait d'une coupe de l'ossature en béton armé d'un hôtel..



Lors de la conception de cette ossature, on a proposé deux différentes variantes :

1. Implanter un poteau P_3 pour supporter le niveau intermédiaire (poutre A_1)

2. Remplacer le poteau P_3 par un tirant T_1 suspendu dans la traverse A_2 du portique
- 1°) En considérant la première variante, dimensionnez le poteau P_3 , effectuez toutes les vérifications nécessaires et proposez un schéma de ferrailage.
- 2°) En considérant la deuxième variante calculez le tirant T_1 et proposez un schéma de ferrailage.