Université de Relizane

Faculté des Sciences et Technologie

Département de Génie Mécanique

-2021/2022-

Défauts et Déformation Plastique

S3- MASTER II

COURS 03

Vecteur de Burgers

Une dislocation est entièrement définie par sa position dans le cristal et par un vecteur appelé vecteur de Burgers qui est noté $\vec{b}$. Dans le cristal parfait, un circuit fermé est obtenu en se déplaçant par sauts successifs égaux à une distance interatomique. Dans le cristal fauté, le même circuit (c'est-à-dire le même nombre de « sauts » dans chaque direction) ne se referme pas. Le vecteur manquant, qui est une translation du réseau, est appelé vecteur de Burgers.

Le vecteur de Burgers est défini comme le défaut de fermeture d'un circuit (circuit de Burgers) reliant les atomes voisins et encerclant la ligne de dislocation. Par convention, on choisit généralement comme sens de construction du circuit de Burgers le sens des aiguilles d'une montre. Dans le cas d'une dislocation coin, on constate, grâce à cette construction, que le vecteur de Burgers est perpendiculaire à la ligne de dislocation (Fig. 8). Dans le cas d'une dislocation vis, ce vecteur est parallèle à la ligne de dislocation (Fig.9). Dans le cas le plus général d'une dislocation mixte, le vecteur de Burgers fait un angle quelconque avec la ligne de dislocation.

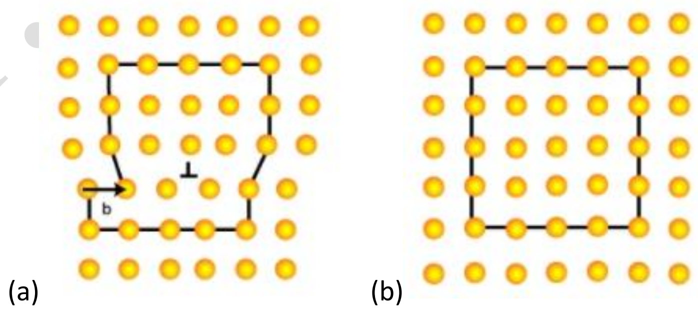

Fig.8 : (a) Circuit de burgers autour d'une dislocation coin avec un sens de ligne positif ; (b) le même circuit dans un cristal parfait ; l'échec de la fermeture est le vecteur Burgers.

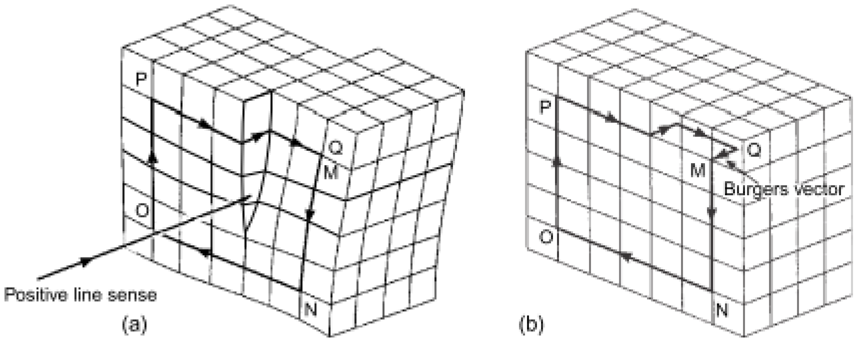

Fig.9 : (a) Circuit de burgers autour d'une dislocation vis à gauche avec un sens de ligne positive; (b) le même circuit dans un cristal parfait ; l'échec de la fermeture est le vecteur Burgers.

V- Méthodes élastiques des dislocations

La création d'une dislocation provoque une déformation du milieu, de sorte que celui-ci est le siège d'un champ de contraintes. Les déformations et les contraintes correspondantes peuvent être calculées par la théorie de l'élasticité qui suppose un milieu élastique continu, sauf au voisinage immédiat de la dislocation où les déformations sont très importantes. Cette région, définie par un cylindre axé sur la ligne de dislocation et de rayon égal à $\boldsymbol{r}$ est appelé « cœur » de la dislocation. En dehors du cœur, les déformations sont assez faibles et la théorie de l'élasticité permet de calculer le champ de contraintes. Pour une dislocation rectiligne située sur l'axe $\grave{\boldsymbol{z}}\boldsymbol{z}$ d'un cylindre infini

a) Cas de dislocation vis :

Considérons une dislocation vis située le long de l'axe d'un cylindre de rayon R et de vecteur de Burgers $\boldsymbol{b}$ (figure 10)

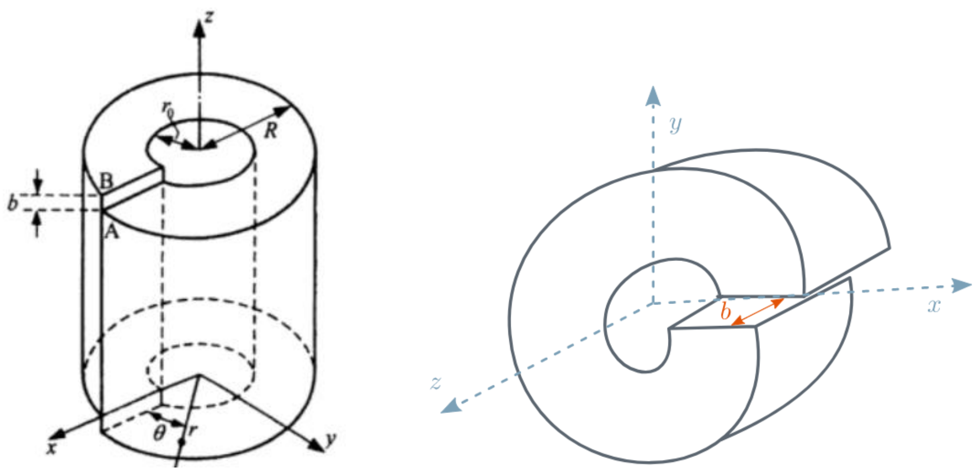

Fig. 10 : Trièdre de référence pour la dislocation vis de vecteur de Burgers ***b***=***AB***. (Cylindre infini)

Pour une dislocation vis, on a $\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}, \boldsymbol{u_z})$ car $(\boldsymbol{u_x} = \boldsymbol{u_y} = \boldsymbol{0})$. En posant $\boldsymbol{u_z}(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{0}$, on a $\boldsymbol{u_z}(\boldsymbol{B}) = \boldsymbol{b}.$

Considérons un plan radial passant par la ligne de dislocation et notons $\boldsymbol{\theta}$ l'angle entre ce plan et le plan $(\boldsymbol{xOz})$. Alors on a :

$$\boldsymbol{u_z(\theta = 0) = 0}$$

$$\boldsymbol{u_z(\theta = 2\pi) = b}$$

Il est donc naturel de poser :

$$\boldsymbol{u_z(\theta) = \frac{b\theta}{2\pi}}$$

En utilisant le fait que $\boldsymbol{\theta = Arctg\left(\frac{y}{x}\right)}$**,** on peut passer des coordonnées cylindriques aux cartésiennes et l'égalité précédente devient :

$$\vec{u}\begin{cases} u_x = 0 \\ u_y = 0 \\ u_z = \dfrac{b}{2\pi} Arctg\left(\dfrac{y}{x}\right) \end{cases}$$

Connaissant le vecteur de déplacement $\boldsymbol{u}$, on peut définir le tenseur des déformations. On a immédiatement $\boldsymbol{\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz}} = 0$ ce qui implique que $\boldsymbol{Tr(\varepsilon) = 0}$ (pas de dilatation dans le cas d'une dislocation vis ou encore une conservation de volume). On a encore $\boldsymbol{\varepsilon_{xy} = 0}$. Enfin, il reste

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)$$

$$\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial y}\right)$$

En introduisant $\boldsymbol{u_z}$, on trouve :

$$\varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}.\frac{b}{2\pi}.\frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}.\left(-\frac{y}{x^2}\right) = \frac{-b}{4\pi}.\frac{y}{x^2+y^2} = \frac{-b}{4\pi}.\frac{y}{r^2}$$

$$\varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}.\frac{b}{2\pi}.\frac{1}{1+\frac{y^2}{x^2}}.\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{b}{4\pi}.\frac{x}{x^2+y^2} = \frac{-b}{4\pi}.\frac{x}{r^2}$$

Et par conséquent, le tenseur de déformation

$$\varepsilon_{ij} = \frac{b}{4\pi}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{y}{r^2} \\ 0 & 0 & \frac{x}{r^2} \\ -\frac{y}{r^2} & \frac{x}{r^2} & 0 \end{bmatrix}$$

Ou en coordonnées cylindriques

$$\varepsilon_{ij} = \frac{b}{4\pi}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\sin\theta}{r} \\ 0 & 0 & \frac{\cos\theta}{r} \\ -\frac{\sin\theta}{r} & \frac{\cos\theta}{r} & 0 \end{bmatrix}$$

Avec $x = r\cos\theta \text{ et } y = r\sin\theta$

Résumé :

Déplacement	**Déformation**
$u_x = u_y = 0$ $u_z = \frac{b\theta}{2\pi} = \frac{b}{2\pi} Arctg\frac{y}{x}$	$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0$ $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz} = \frac{-b}{4\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}$ $\varepsilon_{zy} = \varepsilon_{yz} = \frac{b}{4\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}$

Tenseurs de contraintes :

$$\sigma_{ij} = \lambda Tr(\varepsilon)\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}$$

Avec λ, μ des coefficients de **LAMÉ**, et δ Symbole de **Kronecker**

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \ si \ i = j \\ 0 \ si \ i \neq j \end{cases}$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

On a :

$$\delta_{ij}(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) = 0$$

Donc

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} = \frac{\mu b}{2\pi}\begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\sin\theta}{r} \\ 0 & 0 & \frac{\cos\theta}{r} \\ -\frac{\sin\theta}{r} & \frac{\cos\theta}{r} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\mu b}{2\pi} \cdot \frac{\sin\theta}{r} \\ 0 & 0 & \frac{\mu b}{2\pi} \cdot \frac{\cos\theta}{r} \\ -\frac{\mu b}{2\pi} \cdot \frac{\sin\theta}{r} & \frac{\mu b}{2\pi} \cdot \frac{\cos\theta}{r} & 0 \end{bmatrix}$$

Remarque :

Quand $r \to 0 \Rightarrow$ **les déformations** $\varepsilon_{ij} \to \infty \Rightarrow$ **les contraintes** $\sigma_{ij} \to \infty$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{b}{2\pi} f\left(\frac{\theta}{r}\right)$$

Quand r →↗⟹**les déformations $\boldsymbol{\varepsilon_{ij}}$ est élastique** ⟹**on peut déterminer $\boldsymbol{\sigma_{ij}}$** pour un matériau supposé élastique et isotrope est définie par ces paramètres $\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\lambda}$, **E.**

Les contraintes qui sont associées aux déformations :

$$\boldsymbol{\sigma_{31} = \sigma_{13} = \frac{\mu b}{2\pi} \cdot \frac{y}{x^2 + y^2}}$$

$$\boldsymbol{\sigma_{32} = \sigma_{23} = \frac{\mu b}{2\pi} \cdot \frac{x}{x^2 + y^2}}$$

Et toutes les autres composantes sont nulles.

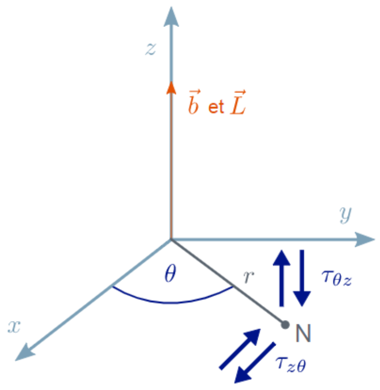

Fig. 11 Contraintes de cisaillement autour d'une dislocation vis